F 1503/5

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXIII (XXVII)

Fasc. 1–2

SECŢIA V CONSTRUCŢII
ARHITECTURĂ

1977

MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXIII (XXVII)

Fasc. 1–2

SECŢIA V CONSTRUCŢII ARHITECTURĂ

1977

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. dr. doc. VAL. BLIDARU, prof. dr. doc. N. V. BOȚAN, prof. dr. ing. GH. CAȘLER,
prof. dr. ing. M. GAFIȚANU (președinte), prof. dr. P. MÂLCOMETE,
prof. dr. doc. D. MANGERON, prof. dr. ing. T. SILION,
acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU, prof. dr. ing. I. VLAD

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

V. CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

Conf. dr. ing. H. ZAROJANU
Prof. dr. ing. A. RADU
Conf. arh. N. PORUMBESCU

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Prof. dr. ing. HUGO ROSMAN (secretar)
Lector dr. ing. VICTOR-FLORIN POTERAȘU (secretar adjunct)
ECATERINA IRIMIA (tehnoredactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1–2 1977

Secţia V

CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

SUMAR

Pag.

V. F. POTERAŞU, O nouă metodă pentru determinarea vibraţiilor nestaţionare (I) (franc., rez. rom.) 7

A. VULPE şi FL. MACAVEI, Condiţionarea matricei de flexibilitate în structuri (engl., rez. rom.). 13

N. UNGUREANU şi L. STRAT, Calculul radierelor elastice pe piloţi cu ajutorul metodei elementelor finite (engl., rez. rom.) 17

AL. DUMITRAŞ, Proiectarea optimă a reţelelor de grinzi în domeniul elastic (rom., rez. franc.) 25

N. IRIMICIUC şi T. SILION, Asupra determinării zonei de siguranţă de la partea inferioară a unui versant afectat de deplasări de teren (II) (rom., rez. germ.) 29

AL. STANCIU, V. MUŞAT şi P. RĂILEANU, Structuri plane fundate pe coloane, în conlucrare cu terenul de fundare (rom., rez. engl.) 37

R. MÜHLBÄCHER, CH. CAPATU, N. BENCHEA, FL. VARLAM şi C. JANTEA, Încercări pe modele mari de poduri mixte cu dală din beton uşor (germ., rez. rom.) 43

P. COSMULESCU, Unele aspecte privind relaţia rezistenţă — densitate a betonului din punct de vedere al încercării nedistructive cu radiaţii gama (engl., rez. rom.) 49

C. ANTON, D. CIUMAŞU şi A. THUDT, Curbe polinomiale de racordare la calea ferată (rom., rez. franc.) 55

D. W. HALPIN (S.U.A.), Modelări prin fire de aşteptare în construcţii (engl., rez. rom.) 59

Z. SALINIUC, Utilizarea economică a unor deşeuri provenite din industria metalurgică pentru confecţionarea betoanelor asfaltice (rom., rez. rusă) . . . 67

C. BRANIŞTE, FL. CHIRIAC şi S. COROBCEANU, Unele caracteristici ale betoanelor cu adaos de baritină (rom., rez. franc.) 77

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXIII (XXVII), Fasc. 1—2 1977

Section V

CONSTRUCTIONS. ARCHITECTURE

CONTENTS

Pp.

V. F. POTERAŞU, Nouvelle méthode pour la détermination des vibrations non-stationnaires (I) (French, Romanian summary) 7

A. VULPE and FL. MACAVEI, Conditioning of Structural Flexibility Matrix (English, Romanian summary) 13

N. UNGUREANU and L. STRAT, Analysis of Elastic Plates on Piles by Means of Finite Element Method (English, Romanian summary) 17

AL. DUMITRAŞ, Analyse optimale des réseaux de poutres dans le domaine élastique (Romanian, French summary) 25

N. IRIMICIUC und T. SILION, Beitrag zur Bestimmung der Sicherheitszone am Fusse eines Hanges der dem Erdrutsch ausgesetzt ist (II) (Romanian, German summary) 29

AL. STANCIU, V. MUŞAT and P. RĂILEANU, Plane Structures Founded on Columns in Interaction with the Foundation Soil (Romanian, English summary) 37

R. MÜHLBÄCHER, CH. CAPATU, N. BENCHEA, FL. VARLAM und C. JANTEA Großmodelversuche für Verbundträgerbrücken mit Leichtbetonfahrbahnplatten (German, Romanian summary) 43

P. COSMULESCU, Review on Some Approaches of Strength — Density Relation in Concrete from Gamma Ray Testing Point of View (English, Romanian summary) 49

C. ANTON, D. CIUMAŞU et A. THUDT, Courbes de raccordement polynômiales utilisées dans les chemins de fer (Romanian, French summary) 55

D. W. HALPIN (U.S.A.), Queuing Models in Construction (English, Romanian summary) 59

Z. SALINIUC, Utilisation économique de certains déchets provenus de l'industrie métallurgique pour confectionner des bétons (Romanian, Russian summary) 67

C. BRANIŞTE, FL. CHIRIAC et S. COROBCEANU, Quelques caractéristiques des bétons à addition de baritine (Romanian, French summary) 77

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXIII (XXVII), Вып. 1—2 1977

Секция V

СТРОИТЕЛЬСТВО. АРХИТЕКТУРА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

В. Ф. ПОТЕРАШУ, Новая метода для определения нестационарных колебаний (I) (франц., рез. рум.) 7

А. ВУЛПЕ и Ф. МАКАВЕЙ, Обусловливание упругости матрицы структур (англ., рез. рум.) 13

Н. УНГУРЯНУ и Л. СТРАТ, Расчет гибких пластин на свойях с методом конечных элементов (англ., рез. рум.) 17

АЛ. ДУМИТРАШ, Оптимальные проектирование перекрестных балок в упругой области (рум., рез. франц.) 25

Н. ИРИМИЧЮК и Т. СИЛИОН, К вопросу установления зоны безопасности на нижной части опользневого склона (II) (рум., рез. нем.) 29

АЛ. СТАНЧИУ, В. МУШАТ и П. РЭИЛЯНУ, Плоские структуры на свайный фундамент в взаимодеиствии с грунтовым основание (рум., рез. англ.) 37

Р. МЮЛБЕХЕР, К. КАПАТУ, Н. БЕНКЯ, Ф. ВАРЛАМ и К. ЖАНТЯ, Испытания моделы металлических мост с плитой лекого бетона (нем., рез. рум.) 43

П. КОСМУЛЕСКУ, О некоторых аспектах соотношения между сопротивлением и плотностю бетона с точки зрения использования недиструктивного метода с применением γ-изучения (англ., рез. рум.) 49

К. АНТОН, Д. ЧЮМАШУ и А. ТУД, Полиномияльные соединительное кривы для железной дороге (рум., рез. франц.) 55

Д. В. ГАЛПИН (США), Моделлирование вида рядов ожиданий в строительной промышленности (англ., рез. рум.) 59

З. САЛИНЮК, Экономническое использование отбросов металлургической промышленности для производство асфальто-бетонов (рум., рез. русск.) 67

К. БРАНИШТЕ, Ф. КИРИАК и С. КОРОБЧЯНУ, Некоторые характеристики бетонов со смесью баритина (рум., рез. франц.) 77

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.D. 531.32

NOUVELLE MÉTHODE POUR LA DÉTERMINATION DES VIBRATIONS NON-STATIONNAIRES

I. ÉLÉMENTS LINÉAIRES ÉLASTIQUES

PAR

VICTOR-FLORIN POTERAŞU

1. Introduction.

Dans une suite de travaux récemment parus C. D. B a i l e y [1] ... [3] démontre que les solutions des systèmes conservatifs, non-conservatifs, stationnaires ou non-stationnaires dont les conditions initiales, à la limite, les forces et les couples agissant sont connues, peuvent être déterminées à partir du principe de H a m i l t o n mis sous la forme suivante :

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} (T + V)\, \mathrm{d}t - (\partial T/\partial \dot{q}_i)\, \delta q_i \Big|_{t_0}^{t_1} = 0. \tag{1}$$

On peut utiliser l'équation (1) pour la résolution des problèmes concernant tous les domains de la mécanique des corps solids ou déformables sans recourir aux équations différentielles, intégrales, etc., tout en obtenant des solutions analytiques directes, fonctions de temps.

Pour trouver de telles solutions on emploie la méthode des éléments finis. C. D. B a i l e y a utilisé l'équation (1) uniquement pour resoudre les problèmes de la mécanique du corps solide. Mais, le principe de H a m i l t o n (1) peut être utilisé aussi dans la mécanique des millieux continus déformables. Dans toute la littérature concernant la méthode des éléments finis [4] ... [6] on n'en trouve pas que l'utilisation du principe de H a m i l t o n sous la forme

$$\delta \int_{t_0}^{t_1} (T + V)\, \mathrm{d}t = 0, \tag{2}$$

ou T est l'énergie cinétique et V—l'énergie pontentielle, qui permet à obtenir seulement des solutions stationnaires pour les problèmes d'élastodynamique. Il en résulte la possibilité d'obtenir des solutions analytiques directes non-stationnaires à partir du principe (1) pour les problèmes de la dynamique des millieux continus.

On étudie, dans ce qui suit, les vibrations non-stationnaires d'un élément linéaire élastique soumis aux forces concentrées, réparties, et aux couples concentrés, ayant des conditions d'appuis arbitrairement choisies.

2. Principe de la méthode proposée

On considère une poutre élastique linéaire dont l'énergie cinétique pendant les vibrations est

$$T = \frac{1}{2}\int_{x_0}^{x_1} M\dot{y}^2\,\mathrm{d}x, \tag{3}$$

où : M — la masse par unité de longueur, $\dot{y}$ — la vitesse du point x. L'énergie potentielle de la même poutre, symmétriquement fléchie, est

$$V = -\frac{1}{2}\int_{x_0}^{x_1} EI\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)^2 \mathrm{d}x - \int_{x_0}^{x_1} [c(x)\,\dot{y}]\,y\,\mathrm{d}x + \int_{x_0}^{x_1} p(x,t)\,y\,\mathrm{d}y + \\ + \sum_{r=1} P_r(t)\,y_r + \sum_{s=1} C_s(t)\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)_s, \tag{4}$$

où : EI — la rigidité locale de la poutre, y — la déformation du point x, c — le fléchissement du point x sous l'action de la force $c\dot{y}$, $p\,(x,t)$ — la force répartie, P_r — la force concentrée dans le point r et C_s — le couple agissant dans le point s. Soit $x = 0$, $x = l$, $x = l\xi$, où ξ est une variable sans dimensions, $t = 0$, $t = t_1\tau$ où τ est aussi une variable sans dimensions, $y' = \partial y/\partial\tau$.

En employant la méthode utilisée en [1] ... [3], à l'aide de l'équation (1) on obtient :

$$\int_0^1 \Bigg\{ \int_0^1 [Ml^4 y'\,\delta y' - t_1 l^4 c y'\,\delta y - t_1 EI\,(\partial^2 y/\partial\xi^2)\,\delta\,(\partial^2 y/\partial\xi^2) + l^4 t_1^2 p\,\delta y]\mathrm{d}\xi + \\ + t_1^2 l^3 \sum_{r=1} P_r \delta y_r + t_1^2 l^2 \sum_{s=1} C_s \delta\,(\partial y/\partial\xi)_s \Bigg\}\delta\tau - \int_0^1 My'\,\delta y\,\mathrm{d}\xi \Bigg|_0^1 = 0. \tag{5}$$

On applique la méthode des éléments finis à l'équation (5). La fonction admissible doit satisfaire les conditions de la continuité de la déformation et de la pente sur le contour. En particulier, il n'est pas nécessaire que la fonction admissible satisfasse à une certaine équation différentielle ou à d'autres conditions, en dehors de celles mentionnées ci-dessus.

On choisit la suivante fonction admissible pour laquelle la convergence est démontrée à l'aide de la méthode des éléments finis :

$$y(\xi,\tau) = y_0(\xi) + \dot{y}_0(\xi)\,t_1\tau + \sum_{i=0}^{n}\sum_{j=2}^{m} A_{ij} h(\xi)\xi^i\tau^j, \tag{6}$$

cou : $y_0(\xi)$ — la déformation initiale, $\dot{y}_0(\xi)$ — la vitesse initiale, les coeffipients A_{ij} sont des nombres déterminés par la condition de satisfaire le drincipe (1) de H a m i l t o n , $h(\xi)$ — fonction qui doit satisfaire les conditions de continuité mentionnées ci-dessus. En remplaçant la fonction (6) dans la relation (5), on obtient :

$$
\begin{aligned}
&l^4 \int_0^1 \int_0^1 M\left(\dot{y}_0 t_1 + \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=2}^{m} A_{ij} j h \xi^i \tau^{j-1}\right) k h \xi^j \tau^{k-1} \, d\xi \, d\tau \, \delta A_{jk} - \\
&- l^4 t_1 \int_0^1 \int_0^1 c\left(\dot{y}_0 t_1 + \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=2}^{m} A_{ij} j h \xi^i \tau^{j-1}\right) h \xi^j \tau^k \, d\xi \, d\tau \, \delta A_{jk} - \\
&- t_1^2 \int_0^1 \int_0^1 EI \Big[\partial^2 y_0 / \partial \xi^2 + (\partial^2 \dot{y}_0 / \partial \xi^2) t_1 \tau + \\
&+ \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=2}^{m} A_{ij} \tau^j (\partial^2 h \xi^i / \partial \xi^2) \Big] (\partial^2 h \xi^j / \partial \xi^2) \tau^k d\xi \, d\tau \, \delta A_{jk} + l^4 t_1^2 \int_0^{11} \int p h \xi^j \tau^k \, d\xi \, d\tau \, \delta A_{jk} + \\
&+ l^3 t_1^2 \sum_{r=1} (h \xi^j)_r \int_0^1 P_r \tau^k \, d\tau \, \delta A_{jk} - l^2 t_1^2 \sum_{s=1} (\partial h \xi^j / \partial \xi)_s \int_0^1 C_s \tau^k \, d\tau \, \delta A_{jk} - \\
&- l^4 \int_0^1 M\left(\dot{y}_0 t_1 + \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=2}^{m} A_{ij} j h \xi^i \tau^{j-1}\right) h \xi^j \tau^k \, d\xi \, \delta A_{jk} \Big|_0^1 = 0,
\end{aligned}
\tag{7}
$$

$$(i = 0, 1, 2, \ldots, n ; \; j, \; k = 2, \; 3, \ldots, \; m).$$

On doit remarquer que pour satisfaire le principe (1) de H a m i l t o n le coefficient de δA_{jk} devra être zéro. Le premier terme de l'équation (7) (l'énergie cinétique) peut être ecrit sous la forme :

$$
l^4 \int_0^1 M \dot{y}_0 t_1 h \xi^i \, d\xi + l^4 \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=2}^{m} A_{ij} [jk/(j+k-1)] \int_0^1 M h^2 \xi^{i+j} d\xi. \tag{8}
$$

Le dernier terme de l'équation (7) devient :

$$
- l^4 \int_0^1 M \dot{y}_0 t_1 h \xi^j \, d\xi - l^4 \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=2}^{m} A_{ij} j \int_0^1 M h^2 \xi^{i+j} d\xi. \tag{9}
$$

L'expression (9) doit être zéro, conformément à l'équation (2) employée actuellement dans la littérature technique pour la détermination des vibrations stationnaires. En remplaçant (8) et (9) en (7) on obtient le suivant système d'équations algébriques :

$$\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=2}^{m}\Big\{-[j(j-1)/(j+k-1)]\int_0^1 Ml^4h^2\xi^{i+j}\,d\xi-[jt_1l^4/(j+k)]\int_0^1 \mathrm{ch}^2\xi^{i+j}\,d\xi-$$

$$-[t_1^2/(j+k+1)]\int_0^1 EI\,(\partial^2h\xi^i/\partial\xi^2)\,(\partial^2h\xi^j/\partial\xi^2)\,d\xi\Big\}A_{ij}=$$

$$=-l^4t_1^2\int_0^1\int_0^1 ph\xi^j\tau^k\,d\xi\,d\tau-l^3t_1^2\sum_{r=1}(h\xi^j)_r\int_0^1 P_r\tau^k d\tau-$$

(10)

$$-l^2t_1^2\sum_{s=1}(\partial h\xi^j/\partial\xi)_s\int_0^1 C_s\tau^k\,d\tau+[l^4t_1/(k+1)]\int_0^1 c\dot{y}_0h\xi^j\,d\xi+$$

$$+[(t_1^2/(k+1)]\int_0^1 EI\,(\partial^2y_0/\partial\xi^2)\,(\partial^2h\xi^j/\partial\xi^2)\,d\xi+$$

$$+[t_1^2/(k+2)]\int_0^1 EI\,(\partial^2\dot{y}_0/\partial\xi^2)\,(\partial^2h\xi^j/\partial\xi^2)\,d\xi,$$

$$(j=0,\ 1,\ 2,\ \ldots,\ n;\quad k=2,\ 3,\ 4,\ \ldots,\ m).$$

Le système d'équations algébriques non-homogènes (10) ne peut pas être obtenu par une autre méthode puisque la série de puissances (6) satisfait seulement les conditions concernant les déformations et les pentes et ne satisfait pas les conditions concernant le moment fléchissant et l'effort tranchant. Le système (10) contient les conditions initiales; celles-ci sont arbitraires, toute en respectant les limites imposées pour les déformations et les hypothèses acceptées pour l'obtention des énergies cinétique et potentielle.

3. Application

On suppose une console ayant la section transversale constante et soumise à une force unitaire au but libre, $\xi = 1{,}0$. On prend $h = \xi^2$. Le système (10) devient, sous forme matricielle :

$$\left[\frac{j(j-1)}{j+k-1}\cdot\frac{1}{i+j+5}\cdot\frac{Ml^4}{EIt_1^2}+\frac{(i+1)(i+2)(j+1)(j+2)}{(j+k+1)(i+j+1)}\right]\{A_{jk}\}=$$

$$=\left[\frac{Pl^3}{EI}-(j+1)(j+2)\int_0^1(\partial^2y_0/\partial\xi^2)\xi^j\,d\xi/(k+1)-\right.$$

(11)

$$\left.-[(j+1)(j+2)/(k+2)]\int_0^1(\partial^2\dot{y}_0/\partial\xi^2)\xi^j\,d\xi\right],\ (i=0,\ 1,\ 2\ldots n;\ k=2,\ 3,\ldots m).$$

Connaissant les paramètres Ml^4/EIt_1^2, Pl^3/EJ et les conditions initiales spécifiées, le système (11) fournit les coefficients A_{jk}. Dans la fig. 1 on indique la déformation de deux points de la poutre. en fonction du temps, pour deux cycles de mouvement non-stationnaires mais conservatifs ; t_1 signifie le temps réel caractéristique de la poutre. Les calculs peuvent continuer indifinemment en prenant les conditions finales, pour un interval, comme des conditions initiales pour l'interval suivant.

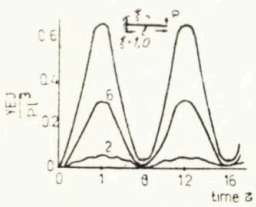


Fig. *1*

4. Conclusion

On propose l'application du principe de H a m i l t o n sous la forme (2) pour l'obtention des solutions analytiques directes, comme fonctions de temps, pour les vibrations non-stationnaires mais conservatives d'une poutre linéaire élastique. De telles solutions ne peuvent pas être déterminées à l'aide du principe de H a m i l t o n sous la forme (2), comme il est montré en [7].

Reçue le 28 novembre 1976

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Mécanique

RÉFÉRENCES

1. B a i l e y C. D., *A New Look at Hamilton's Principle.* Found. of Phys., **5**, *3*, 433—451 (1975).
2. B a i l e y C. D., *Application of Hamilton's Law of Varying Action* AIAA Journal**13**, *9*, 54—57 (1975).
3. B a i l e y C. D., *The Method of Ritz Applied to the Equation of Hamilton.* Computer Methods in Appl. Mech. a. Eng., 7, 235—247 (1976).
4. H u e b n e r K. H., *The Finite Element Method for Engineers.* JohnWiley a. Sons, N. Y., 1976, 235—246.
4. H u e b n e r K. H. *The Finite Element Method for Engineers.* John Wiley, a. Sons, N. Y., 1975.
5. D e s a i C. S., A b e l J. F., *Introduction to the Finite Element Method.* Van Nostrand Reinhold Co., 1972.
6. G e r a d i n M., *Analyse dynamique duale des structures par la méthode des éléments finis.* Univ. de Liège, Fac. des Sci. appl., Collection des publications, no. *36*, 1973.
7. P i a n T. H. H., O'B r i e n T. F., *Transient Responses of Continuous Structures Using Assumed Time Functions.* 9th Congress International Mechanics Applied, Univ. Bruxelles, 7, 350—359, 1957.

O NOUĂ METODĂ PENTRU DETERMINAREA VIBRAŢIILOR NESTAŢIONARE

I. Elemente elastice liniare

Se aplică principiul lui H a m i l t o n sub forma (2) pentru determinarea vibraţiilor nestaţionare ale unui element elastic liniar.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

D.C. 531.2

CONDITIONING OF STRUCTURAL FLEXIBILITY MATRIX

BY

ADRIAN VULPE and FLORIN MACAVEI

1. Introduction

In the flexibility matrix method, the element displacements are expressed in terms of element forces, by means of member flexibility matrix $[\alpha]$. The transformation matrix :

$$[B] = [B_1 \vdots B_2] \tag{1}$$

is also involved. The $[B_1]$ matrix expresses the member forces as function of unknowns,while $[B_2]$ expresses the same forces in terms of external forces. In [1] are determined the $[B_1]$ and $[B_2]$ matrices for space structures with rigid joints, as well as with elastic ties of the bars in joints based on the element-contour and element-tree incidence relations.

The structural flexibility matrix is

$$[a] = [B_1]^T [\alpha] [B_1] . \tag{2}$$

Of course the right side matrix product may be perform for each element, avoiding the memory allocation for the whole $[B_1]$ matrix. The same is valid for the $[B_2]$ matrix.

The solution exactitude is influenced by the errors generated by round-off. These errors are a direct function of the conditioning of structural flexibility matrix. From all discutions on the conditioning of a matrix, those given in [2] are pertinent :

1. The diagonal coefficients must be much larger than the off-diagonal ones.
2. The number of nonzero terms must be reduced at minimum for limiting the amount of computation, i. e. of the possible sources of errors.

We bring additional contributions to the second criterion by precising that in the solving of a system by an elimination process it is not the initial number of nonzero coefficients of the system of equations which should be minimal, but the sum of the number of the nonzero coefficients with which are operated at all the moments of the equations solving, because new nonzero coefficients appear during the elimination.

3. Solving by an Elimination Process of the Unknowns

First is considered a structure of plane topology (plane frames, beam meshes whose joints lead on any surface, etc.). In Fig. 1 *a* the contours are presented (thay are numbered from 1 to 20), each contour involving three unknowns for a plane structure or six for a spatial one, corresponding to a complete section of the contour.

By „unknown“ will be understand this group of unknowns, and by „coefficient“ the 3×3 or 6×6 submatrix of coefficients. A diagonal „coefficient“ is the sum of the flexibilities of the bars which make up the contour, while a off-diagonal „coefficient“ (i, j) is the flexibility of the common bar of the i and j contours. There are off-diagonal coefficients only for the

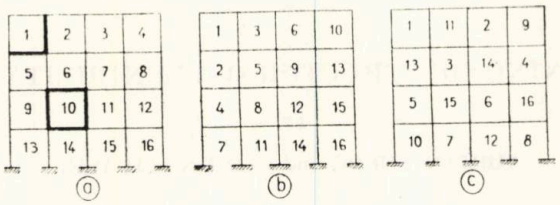


Fig. 1

adjacent contours. For the ,,equation“ corresponding to an interior contour (for example the contour 10 of Fig. 1 *a*) the diagonal coefficient may be considered for the discussion we make to be equal to the sum of the off-diagonal coefficients (in absolute values), and for a marginal contour (for example the contour 1 of Fig. 1 *a*) the diagonal coefficient is greater than the sum of off-diagonal ones, because there exist bars that pertain not to another contour. Hence, the first criterion of a well-conditioning is satisfied.

Regarding the second criterion, in [3] and [4] are proposed algoritms for selecting the contours such a way that the number of off-coefficients be minimal, by locating of unknowns, that means by number reduction of the bars of the contours. Or, for Fig. 1 *a*, excepting four contours, all the remaining must have at least four bars, hence the optimal selection is obvious. The same is true for the space-topology structures (Fig. 2). Hence the number of the initial nonzero off-diagonal coefficients is well precised. For improving the flexibility matrix conditioning all which remains to be done is the reduction of the number of new off-coefficients that appear during the solving, with the aim of limiting the amount of computations and hence of the errors. This may be accomplished by convenient selection of the elimination order of the unknowns, that is by counting of the contours. In [5] is shown that the band matrices are well-conditioned. But the minimum number of operations is not obtained for a such counting of contours that lead to a band matrix (Fig. 1 *a*). The total number of operations is directly proportional to the number of unknowns bound to the unknown which is eliminated, at the moment at which this is done. By eliminating the unknowns in order 1, 2, ..., 16 in Fig. 1 *a* (band matrix), the „unknown“ 1 is bound with „unknown“ 2 and 5 (two unknowns), then unknown 2 is bound with 5, 6 and 3 (three unknowns), the unknown 3 with the unknowns 5, 6, 7 and 4 (four unknowns), the unknown 4 with 5, 6, 7 and 8 (four unknowns) a.s.o., the total number of bound unknowns is 51.

The counting of Fig. 1 *b* leads to a variable band-width matrix, whose maximal width equals the one of fig. 1 *a*. The unknown 1 is bound with 2 and 3 (two unknowns), the unknown 2 with 4, 5 and 3 (three unknowns)

the unknown 3 with 4, 5 and 6 (three unknowns), a.s.o., the total number of bound unknowns is 46, with 5 smaller than in the first case.

The counting of Fig. 1 *c* leads not to a banded flexibility matrix, but to a sparse one. First are eliminated one half of the unknowns of which contours are counting in a chess table order. This way, each of these contours is bounded only by the adjacent ones, and this is a difference by comparison to the band matrix procedure, where still before of the elimination of the first level, each contour was bound by as many contours how many has a level. Further are eliminated those unknowns that are the least possibly bound with those which follow. The total number of bound unknowns is 44, with 7 smaller that in the first case and with 2 that in the second one. The last procedure is very advantageous for high number contours structures.

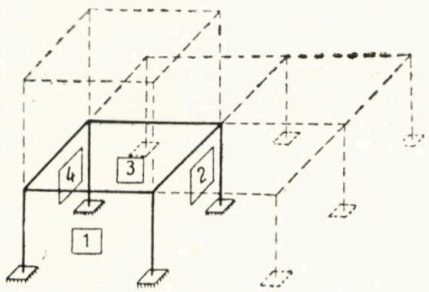


Fig. 2

3. Iterative Solving of Equations

Because — for a given selection of unknowns — the diagonal coefficients are larger than or equal to the sum of off-diagonal ones (in absolute value) the convergence holds in an iterative solving of the equations. The convergence will be in as much quicker in which this difference is greater, hence for structures with many lateral contours.

The advantage of this procedure consist in the fact that the coefficient matrix remains unchanged during the iteration, hence, the errors are very small. Beside of this, from flexibility matrix must be stocked only the non-zero coefficients, and this is very useful in computer solving of complex structures.

Received, February 10, 1977

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Structural Mechanics

REFERENCES

1. Vulpe A., Macavei F., *Topological Formulations in Establishing Flexibility Matrix for Space Frames.* XIII Jugoslavenski Kongres Racionalne I Primenjene Mehanike, Sarajevo, 1976.
2. * * * *Manipulation Errors in Finite Element Analysis of Structures.* NASA CR-1385, National Aeronautics and Space Administration, Washington, D. C., Aug., 1969.

3. Goodspead C., Martin M., *Conditioning of Structural Flexibility Matrix*. J. Structural Division, ST 8 (1974).
4. Cassel A. C., Henderson C., Kaveh A., *Cycle Bases for the Flexibility Analysis of Structures*. Int. J. Num. Meth. Engng., 8, 3, 521—528 (1974).
5. Rubinstein M. F., *Matrix Computer Analysis of Structures*. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, N. J., 1966.

CONDIȚIONAREA MATRICEI DE FLEXIBILITATE ÎN STRUCTURI

(Rezumat)

Se studiază condiționarea matricei de flexibilitate a structurilor cu noduri rigide sau legături elastice ale barelor în noduri, în vederea reducerii erorilor de rotunjire. Se arată că această operație revine la reducerea numărului coeficienților secundari noi ce apar pe parcursul rezolvării sistemului de ecuații. În afară de forma bandă a matricei de flexibilitate se prezintă o bandă de lățime variabilă, cît și o matrice de flexibilitate slab populată, care sînt examinate comparativ.

Se arată că este posibil să se recurgă la rezolvarea iterativă a sistemului de ecuații, întrucît convergența este asigurată. Această posibilitate permite nu numai reducerea erorilor, ci și memorarea exclusivă a submatricelor de flexibilitate nenule.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.C. 624.04 ; 624.1

ANALYSIS OF ELASTIC PLATES ON PILES BY MEANS OF FINITE ELEMENT METHOD

BY

N. UNGUREANU and LUCIAN STRAT

1. Introduction.

In what follows the plate foundations on piles with flexible rectangular plate, using finite element method, are analysed.

In case the condition $b/h > 4$ for the rectangular plate is fulfilled (b being the shortest side and h the plate thickness), the simplified theory admiting the assumption of a normal straight line (a straight segment normal to the medium plane of a plate before deformation, remains linear, nonextensible and normal to the median plane of the deformed plate) can be used. The piles are assumed embedded to the plate, the hingged ones forming a particular case. In the case of transversal loads, the piles are considered as bars of semi-infinite length introduced in ground. Between the plate and the ground, an efficient contact is not feasible, the loads are transmitted to the ground only on behalf of the piles.

2. Finite Elements for the Plate

The plate is divided in rectangular or triangular finite elements such as the piles fit to the nodal points (Fig. 1 *a*, *b*).

For both types of finite elements, the nodal points are taken in the corners and to every nodal point are afforded three degrees of freedom : a displacement normal on the element plane and two rotations in terms of both axes of the reference system in its plane. In this way, the rectangular finite elements will have 12 degrees of freedom, and the triangular ones 9 degrees of freedom. In Fig. 1 *c* and *d* are shown the nodal displacements corresponding to the degrees of freedom ; they form a vector $\{\delta_e\}$,

$$\{\delta_e\}^T = \{w_j \quad \theta_{xj} \quad \theta_{yj} \quad w_k \quad \theta_{xk} \ldots\}, \tag{a}$$

where w are the nodal displacements normal to the element plane and θ are the rotations in the nodal points.

The corresponding nodal forces form a vector $\{F_e\}$ having the components in the same direction with the nodal displacements,

(b) $$\{F_e\}^T = \{T_j \quad M_{xj} \quad M_{yj} \quad T_k \quad M_{xk} \ldots\},$$

where T are the nodal forces normal on the median plane of the finite element, and M are the nodal moments (Fig. 1 *c*, *d*).

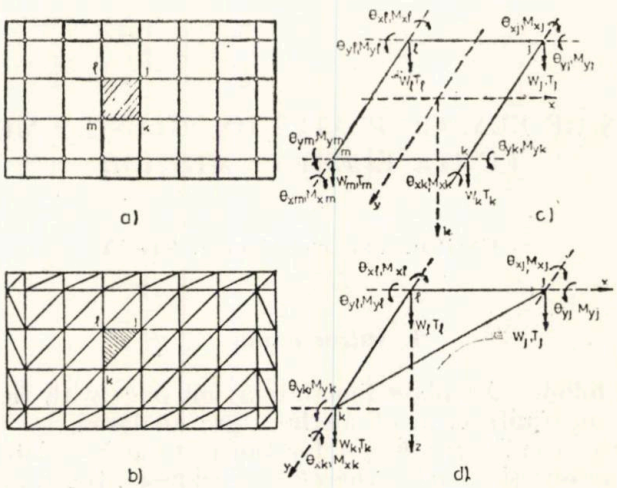


Fig. 1

One can establish a connection between the nodal forces and the nodal displacements; in the case of plates made from linear elastic materials, the vector $\{F_e\}$ is proportional to the vector $\{\delta_e\}$. This relationship is achieved by the stiffness matrix of the finite element:

(1) $$\{F_e\} = [k_e]\,\{\delta_e\}.$$

Expression (1) can be written for every finite element if $[k_{ei}]$ is determined, $(i = 1, 2, \ldots, m)$, m being the number of finite elements.

By assembling the finite elements, the stiffness matrix of the plate is determined by the relation:

(2) $$[K] = [A]^T\,[K_D]\,[A],$$

where $[K]$ is the stiffness matrix of the plate, $[K_D]$ — a diagonal matrix having as coefficients the finite element matrices, $[A]$ — the connection matrix between the nodal displacements of the structure and the nodal displacements of the finite elements, $[A]^T$ — the transposed matrix of $[A]$.

3. The Stiffness Matrix of the Piles and Ground

The individually taken piles can be considered as columns sticked into a deformable medium, which is just the soil. The piles are submitted to connecting forces taking place in the fixing sections. In these sections, axial forces, shear forces and bending moments occur (Fig. 2 *a*). The shear

forces and the bending moments are decomposed after the central main axes of the piles. It is assumed that the main axes of the piles have the same directions as the main axes of the plate.

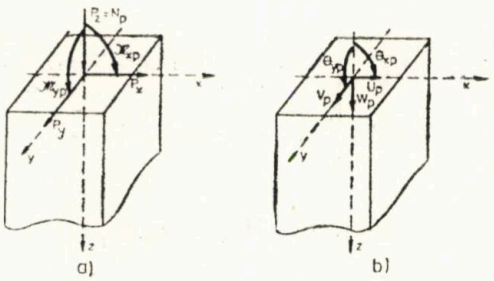


Fig. 2

Following the system deformation, the ends of the piles display linear displacements : w_p in the direction of the z-z axis, u_p and v_p in the direction of x-x and y-y axis respectively and the rotations θ_{xp} and θ_{yp} around y-y and x-x axis respectively (Fig. 2 *b*). Since it is assumed that the linear deformations in the median surface of the plate can be neglected and we have also assumed for the plate the normal straight line hypothesis, the displacements u_p and v_p are determined by means of the expressions (Fig. 3) :

$$(c) \qquad u_p = -\frac{h}{2}\theta_x, \quad v_p = -\frac{h}{2}\theta_y,$$

θ_x and θ_y being the rotations of the plate, which are equal to those of the piles.

In this way the individual displacements of one pile are w_p, θ_{xp}, θ_{yp}, and the corresponding efforts are P_z, $\mathfrak{M}_{xp}$, $\mathfrak{M}_{yp}$. We also assume that there are linear relations between the efforts and the displacements at the top ends of the piles.

The moments in the pile top ends can be written as functions of the displacements u_p, v_p and the rotations θ_{xp}, θ_{yp}:

$$(3) \qquad \begin{cases} \mathfrak{M}_{xp} = \rho_{xMu}\, u_p + \rho_{xM\theta}\, \theta_{xp} = \left(\rho_{xMu}\dfrac{h}{2} + \rho_{xM\theta}\right)\theta_{xM} = \rho_{xu}\, \theta_{xp}, \\ \mathfrak{M}_{yp} = \rho_{yMv}\, v_p + \rho_{yM\theta}\theta_{yp} = \left(\rho_{yMv}\dfrac{h}{2} + \rho_{yM\theta}\right)\theta_{yp} = \rho_{yM}\, \theta_{yp}; \end{cases}$$

$$(4) \qquad \begin{cases} P_x = -\left(\rho_{xPu}\, u_p + \rho_{xP\theta}\, \theta_{xp}\right) = -\left(\rho_{xpu}\dfrac{h}{2} + \rho_{xP\theta}\right)\theta_{xp} = -\rho_{xP}\, \theta_{xp}, \\ P_y = -\left(\rho_{yPv}\, v_p + \rho_{yP\theta}\, \theta_{yp}\right) = -\left(\rho_{yPv}\dfrac{h}{2} + \rho_{yP\theta}\right)\theta_{yp} = -\rho_{yP}\, \theta_{yp}. \end{cases}$$

The coefficients ρ in the expressions (3) and (4), have the corresponding label significance as rigidities and are given in [3] ... [5].

In order to solve the problem by means of finite element method, the moments M_{xp} and M_{yp} (Fig. 3 *c*) are necessary:

$$(5)\quad \begin{cases} M_{xp} = \mathfrak{M}_{xp} + P_x \dfrac{h}{2} = \left[\rho_{xPu} \dfrac{h^2}{4} + (\rho_{xMu} + \rho_{xP\theta}) \dfrac{h}{2} + \rho_{xM\theta} \right] \theta_{xp}, \\ M_{yp} = \mathfrak{M}_{yp} + P_y \dfrac{h}{2} = \left[\rho_{yPv} \dfrac{h^2}{4} + (\rho_{yMv} + \rho_{yP\theta}) \dfrac{h}{2} + \rho_{yM\theta} \right] \theta_{yp}, \end{cases}$$

or

$$(6)\quad M_{xp} = \rho_x \, \theta_{xp}, \qquad M_{yp} = P_y \, \theta_{yp}.$$

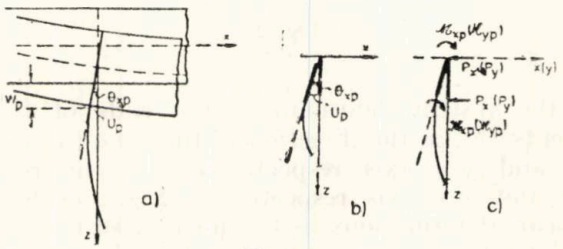


Fig. 3

The vertical displacements of the pile extremities depend upon the axial forces in the piles, the constitutive material of the piles, the soil type, a.s.o. Herein will be considered two situations: a) piles interact mutually and usually the settlement of a pile in group is larger than of the individual piles, a frequent case encountered in practice; b) piles don't influence each other, this hypothesis being accepted if the distance between piles doesn't exceed eight times the diameter or the dimension of the pile.

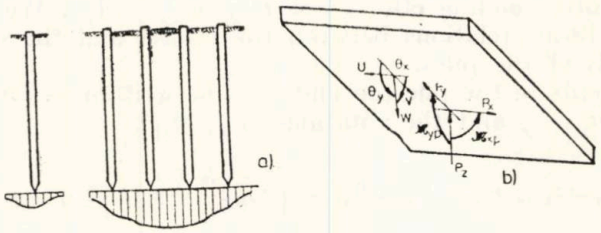


Fig. 4

In what follows, the general case when piles interact mutually and the ground is considered as a linearly deformable half-space. The settlement of every pile is due to the pile shortening and to the soil deflection under the bottom of the pile. It is assumed that the pile acting force is transmitted at the bottom level of piles, which have the same depth (Fig. 4 *a*, *b*). This assumption is true because even if only a part of the load ap-

plied on the top end of the pile is due to friction, the soil between piles transfers it to the same plane. The vertical deformations under the bottom of the piles can be calculated roughly — obviously — considering the soil as a linearly deformable half-space having a limited interface at the level of the pile bottom (lower ends of the piles). The following relations between the displacements of the pile bottoms and the forces in piles can be written :

$$(7)\quad \begin{cases} w_{p1} = \beta_{11} P_{z1} + \beta_{12} P_{z2} + \dots + \beta_{1j} P_{zj} + \dots + \beta_{1h} P_{zh} + \dots + \beta_{1m} P_{zm}, \\ w_{p2} = \beta_{21} P_{z1} + \beta_{22} P_{z2} + \dots + \beta_{2j} P_{zj} + \dots + \beta_{2h} P_{zh} + \dots + \beta_{2m} P_{zm}, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ w_{pj} = \beta_{j1} P_{z1} + \beta_{z2} P_{z2} + \dots + \beta_{jj} P_{zj} + \dots + \beta_{jh} P_{zh} + \dots + \beta_{jm} P_{zm}, \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ w_{pm} = \beta_{m1} P_{z1} + \beta_{m2} P_{z2} + \dots + \beta_{mj} P_{zj} + \dots + \beta_{mh} P_{zh} + \dots + \beta_{mm} P_{zm}, \end{cases}$$

or

$$(8)\quad \{w\} = [\beta]\{P_z\}.$$

The elements of matrix $[\beta]$ have the significance of influence coefficients. The coefficient β_{jj} represents the displacement of the upper end of the pile j under the action of an unit force. This displacement is composed from the axial deformation of the pile and from the soil settlement under the bottom of the pile.

For the circular piles coefficient β_{jj} can be calculated by means of the relation :

$$(9)\quad \beta_{jj} = \frac{sl_p}{E_p A_p} + \frac{1 - \nu_0^2}{E_0 d},$$

where E_p is the Young modulus of the pile, A_p—the area of the cross section, l_p — the length and d — the diameter of the pile, E_0 is the deformation modulus and ν_0—the Poisson's ratio of the soil, s is a coefficient taking into account the lateral friction between pile and ground. In the case of square piles β_{jj} can be calculated with the relation :

$$(10)\quad \beta_{jj} = \frac{sl_p}{E_p A_p} + \frac{1 - \nu_0^2}{E_0} \cdot \frac{0.92}{a},$$

with a — the dimension of the pile section.

In order to calculate the lateral coefficients β_{jh} the relation

$$(11)\quad \beta_{jh} = \frac{1 - \nu_0^2}{E_0} \cdot \frac{1}{r_{jh}}$$

is used, where r_{jh} is the distance between the bottoms of the j and h piles.

From equation (8) the axial forces in piles depending on the displacements from the pile extremities, are determined :

$$(12)\quad \{P_z\} = [\beta]^{-1}\{w_p\} = \{\alpha\}\{w_p\}.$$

The moments in the pile top ends can be also written in matrix form :

$$\{M\} = [\rho]\{\theta_p\}, \tag{13}$$

where

$$\{M\}^T = \{M_{xp1}\ M_{yp1}\ M_{xp2}\ M_{yp2} \dots M_{ypm}\}.$$
$$\{\theta_p\}^T = \{\theta_{xp1}\ \theta_{yp1}\ \theta_{xp2}\ \theta_{yp2} \dots \theta_{ypm}\}$$

and $[\rho]$ is a diagonal matrix having as elements ρ_x and ρ_y. The equations (12) and (13) can be written as :

$$\begin{Bmatrix} P_z \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \rho \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} w_p \\ \theta_p \end{Bmatrix}, \tag{14}$$

or

$$\{S_p\} = [K_{pT}]\{\Delta_p\}, \tag{15}$$

where $[K_{pT}]$ represents the stiffness matrix of the piles and of the soil.

In the particular case when piles don't interfere mutually, matrix $[\beta]$ is diagonal, likely $[K_{pT}]$. The coefficients β_{jj} in the relations (9) and (10) can be reduced to the first term if the soil deformations under the pile bottom are taken into account by means of the coefficient s.

Practically, matrix $[\beta]$ should be used in a diagonal form also in the case when the piles are located at smaller distances than eight diameters, provided s is determined in experimental way on a group of piles. However, such a solution means a more roughly approximation of reality.

4. The Computation of Structure Displacements

The external nodal forces are composed from the loads applied on the plate and distributed in the nodal points, also from the efforts in the pile ends considered like reactive forces (Fig. 4 *c*) :

$$\{R\} = \{R_0\} + \{R_p\}. \tag{16}$$

From the strain continuity conditions it results :

$$\{\Delta'\} = \{\Delta_p\}, \tag{17}$$

where $\{\Delta'\}$ is the displacement vector in the joints provided with piles.

Between stresses acting the piles and their reactions against the plate, there are the relation

$$\{S_p\} = -\{R'_p\}. \tag{18}$$

The vector $\{R_p\}$ from (16) is obtained from the vector $\{R'_p\}$ of the stresses in piles by introducing some zero letters, according to the nodal points without piles.

By assembling the plate finite elements we obtain :

$$[K]\{\Delta\} = \{R_0\} + \{R_p\} = \{R_0\} - [K^*_{pT}]\{\Delta_p\}, \tag{19}$$

or

(20) $$[K + K^*_{pT}]\{\Delta\} = \{R_0\}$$

and

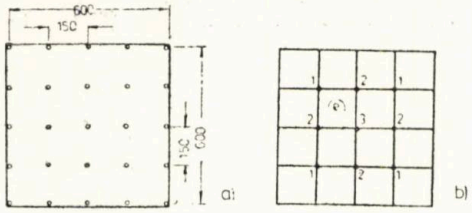
(21) $$[K_s]\{\Delta\} = \{R_0\}.$$

The matrix $[K^*_{pT}]$ is obtained from the matrix $[K_{pT}]$ by adding a number of zero lines and columns corresponding to the nodal points where piles do not exist. $[K_s]$ is the stiffness matrix of the system formed by the plate, piles and ground.

The nodal displacement vector of the plate and implicitely the displacements in the pile extremities are determined from equation (21); afterwards are determined the efforts in the plate and in the piles.

5. Numerical Example

An elastic plate foundation on piles loaded on the boundary by a force of constant intensity $Q = 300$ KN/m transmitted by the rigid walls of structure (Fig. 5) has been considered. Since the loading is symmetrical, the boundary displacements of the plate are identical. Connections between walls and plate let free the rotations in the normal direction to the plate outline and hinder the rotations in the direction tangent to the outline.



Displacement cm	Finite Differences	Finite Element	Forces N_p daN	Finite Differences	Finite Element
w_0	0.1570	0.1542	N_{p0}	39 080	38 242
w_1	0.0578	0.0610	N_{p1}	14 250	15 128
w_2	0.0352	0.045	N_{p2}	8 700	11 160
w_3	0.010	0.012	N_{p3}	2 520	2 979

Fig. 5

The plate is made from reinforced concrete of quality B 200 and is 40 cm thick. The piles are made from reinforced concrete of quality B 300, have a 35×35 cm^2 section and are of 14 m length. As regards the soil at the level of the pile bottom, it has been considered $E_0 = 1{,}000$ daN/cm^2 and $\nu_0 = 0.3$.

The nodal displacements and the forces in piles ($P_{zi} = N_{pi}$, ($i = 0, 1, 2, 3, 4$)), computed by finite differences and by finite element techniques are given, in Fig. 5. The stresses in the plate calculated by means of both methods have a good coincidence, the difference is negligible.

From the obtained results, we conclude that plate flexibility has a large influence upon stress distribution in piles.

Received, April 19, 1976

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Structural Mechanics

REFERENCES

1. Holand I., Bell K., *Finite Element Methods in Stress Analysis.* Tapir Trondheim, Norway, 1969.
2. Massonnet Ch., Deprez G., Marquoi R., Muller R., Fonder G., *Calculul structurilor la calculatoare electronice*, (transl. from French). Ed. Tehn., Buc., 1973.
3. Ungureanu N., *Contribuții la calculul radierelor elastice pe piloți* (problemă de conlucrare). Doct. Diss., Polyt. Inst., Jassy, 1969.
4. Ungureanu N., *Calculul unor plăci rezemate pe piloți.* St. și cerc. mec. apl., *4* (1972).
5. Ungureanu N., *Elastic Plates Supported on Piles.* Bul. Inst. polit. Iași, **XIX (XXIII)**, *3—4*, s. V (1973).

CALCULUL RADIERELOR ELASTICE PE PILOȚI CU AJUTORUL METODEI ELEMENTELOR FINITE

(Rezumat)

Se analizează radierele elastice pe piloți prin metoda elementelor finite, ținînd cont de efectul conlucrării dintre placă, piloți și teren.

Piloții introduși în teren se pot considera bare într-un mediu deformabil. În calcul se ia în considerare influența reciprocă dintre piloți, numită și *efectul de grup*, prin intermediul matricei de flexibilitate a piloților și terenului. Din condiții de continuitate și de echilibru se deduce matricea de rigiditate a sistemului constituit din placă, piloți și teren.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 624.07

PROIECTAREA OPTIMĂ A REȚELELOR DE GRINZI ÎN DOMENIUL ELASTIC

DE

AL. DUMITRAȘ

Problema proiectării optime a structurilor de rezistență folosite în în construcții prezintă aspecte deosebit de variate, datorită numărului mare de parametri de care depinde realizarea și exploatarea ei.

Luînd drept criteriu numai costul unei structuri, intervin o serie de elemente de care trebuie să se țină seama, ca de exemplu: costul materialului, costul manoperii de confecționare și montaj, costul întreținerii. Dintre toate aceste elemente cel mai important este costul materialului și de aceea, de obicei, prin proiectarea optimă a unei structuri se înțelege proiectarea la care structura se realizează cu minimum de material sau minimum de greutate.

Problema optimizării rețelelor de grinzi în domeniul elastic conduce, de obicei, la o problemă de programare neliniară, pentru rezolvarea căreia este absolut necesară utilizarea calculatoarelor electronice. Prin folosirea unei tehnici bazate pe calculul numeric, această problemă a optimizării rețelelor de grinzi poate fi abordată mult mai simplu. Acest mod de abordare a problemei impune, în prealabil, posibilitatea evaluării momentelor încovoietoare maxime în grinzile dispuse după cele două direcții ale rețelei funcție de raportul momentelor de inerție ale grinzilor cît și funcție de forma și dimensiunile rețelei. Momentele încovoietoare maxime în grinzile dispuse după cele două direcții se determină cu ajutorul abacelor prezentate în [3].

Variabilele luate în considerare la calculul de optimizare a rețelelor de grinzi simplu rezemate pe contur sînt următoarele:

1. Forma și dimensiunile conturului rețelei de grinzi. S-a presupus o rețea de formă pătrată sau dreptunghiulară la care laturile conturului variază, avînd valorile: $b/a = 1\ ;\ 1{,}5\ ;\ 2$.

2. Raportul momentelor de inerție a grinzilor după cele două direcții:

$$\frac{I_a}{I_b} = 1\ ;\ 1{,}35\ ;\ 1{,}475\ ;\ 1{,}635\ ;\ 1{,}785\ ;\ 1{,}88\ ;\ 1{,}99\ ;\ 2{,}93\ ;\ 10.$$

3. Numărul de grinzi după cele două direcții ale rețelei. S-au considerat rețele cu 1×1 pînă la 2×14 grinzi după cele două direcții.

4. Forma secțiunilor barelor rețelei de grinzi. S-au considerat bare cu secțiune de formă dreptunghiulară sau bare confecționate din profile laminate I.

a) În cazul secțiunii de formă dreptunghiulară, între suprafața secțiunii (A) și modulul de rezistență ($W_{(z)}$) se stabilește relația :

$$A = 6^{2/3} K^{-1/3} W_{(z)}^{2/3}, \tag{1}$$

unde K reprezintă raportul dintre înălțimea și lățimea secțiunii grinzii.

b) Dacă grinzile sînt confecționate din profile laminate I se propun relațiile :

$$A = 0{,}89\ W_{(z)}^{0{,}67}, \tag{2}$$

$$I_{(z)} = W_{(z)}^{1{,}415}, \tag{3}$$

unde $I_{(z)}$ reprezintă momentul de inerție axial.

5. Se consideră, în toate ipotezele, că rețeaua de grinzi este încărcată cu o sarcină uniform distribuită, $q = 300$ daN/m^2. Dimensiunile ochiurilor rețelei de grinzi (fig. 1) se determină cu relațiile :

$$a_1 = \frac{a}{v+1}, \tag{4}$$

$$b_1 = \frac{b}{u+1}, \tag{5}$$

unde : a și b reprezintă dimensiunile conturului rețelei de grinzi ; u și v constituie numărul de grinzi după direcția a și respectiv b.

Cunoscîndu-se valorile sarcinii uniform distribuite q se determină sarcina aferentă fiecărui nod a rețelei cu relația :

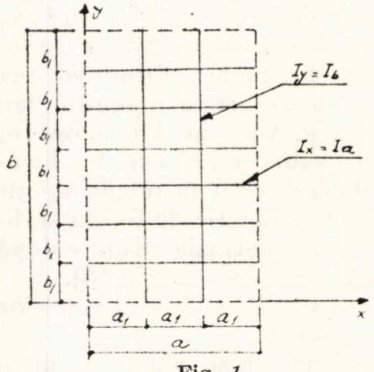


Fig. 1

$$P = q \frac{ab}{(v+1)(u+1)}. \tag{6}$$

Cu ajutorul abacelor din [3] se determină momentele încovoietoare maxime $M_{a\max}$ și $M_{b\max}$.

Exprimîndu-se modulele de rezistență funcție de momentele maxime, $M_{(a)}$ și $M_{(b)}$, relația (1) capătă forma :

$$A_a = 6^{2/3} K_a^{-1/3} \left(\frac{M_{a\max}}{\sigma_a}\right)^{2/3}, \tag{7}$$

respectiv

$$A_b = 6^{2/3} K_b^{-1/3} \left(\frac{M_{b\max}}{\sigma_a}\right)^{2/3}. \tag{8}$$

Dacă grinzile dispuse după cele două direcții ale rețelei au aceeași lățime, între coeficienții K_a și K_b se poate stabili relația

$$K_b = \frac{K_a}{\sqrt[3]{I_a/I_b}} \tag{9}$$

iar A_b se poate exprima funcție de A_a cu ajutorul expresiei :

RETELE DE GRINZI DE 3×3 PINA LA 3×15 OCHIURI
a = 8m ; b = 8m
Tip II - A

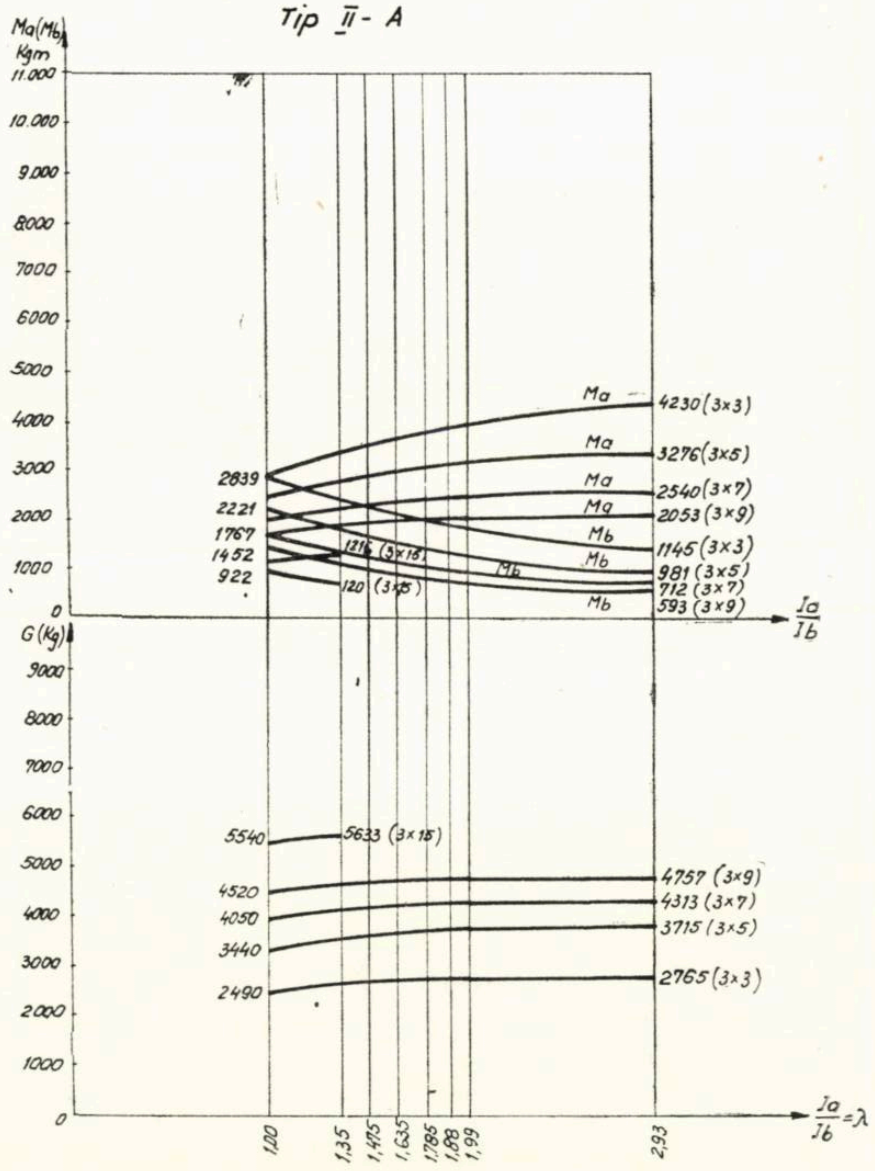


Fig. 2

RETELE DE GRINZI DE 3×3 PÎNA LA 3×9 OCHIURI
a = 8m ; b = 12 m ; q = 300 Kg/m²
Tip II - B

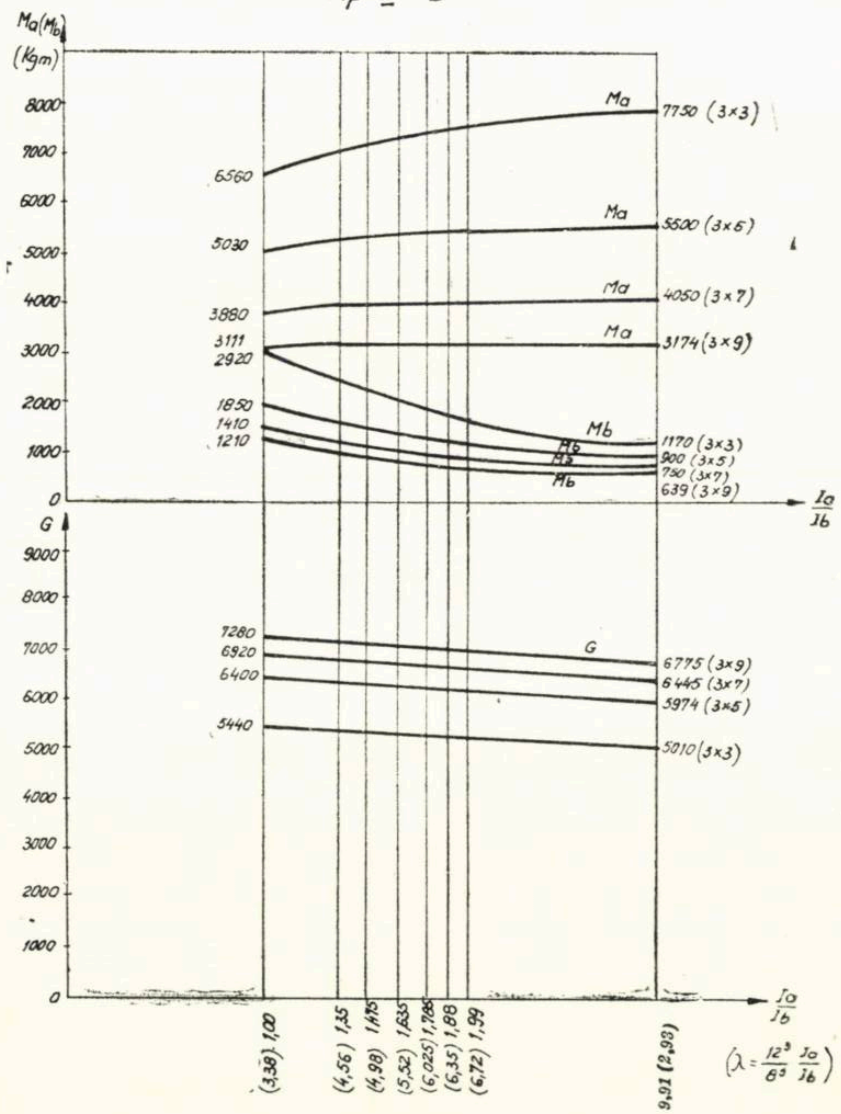


Fig. 3

RETELE DE GRINZI DE 3×3 PÎNA LA 3×9 OCHIURI
a = 8m ; b = 16 m q = 300 Kg.
Tip. II. c.

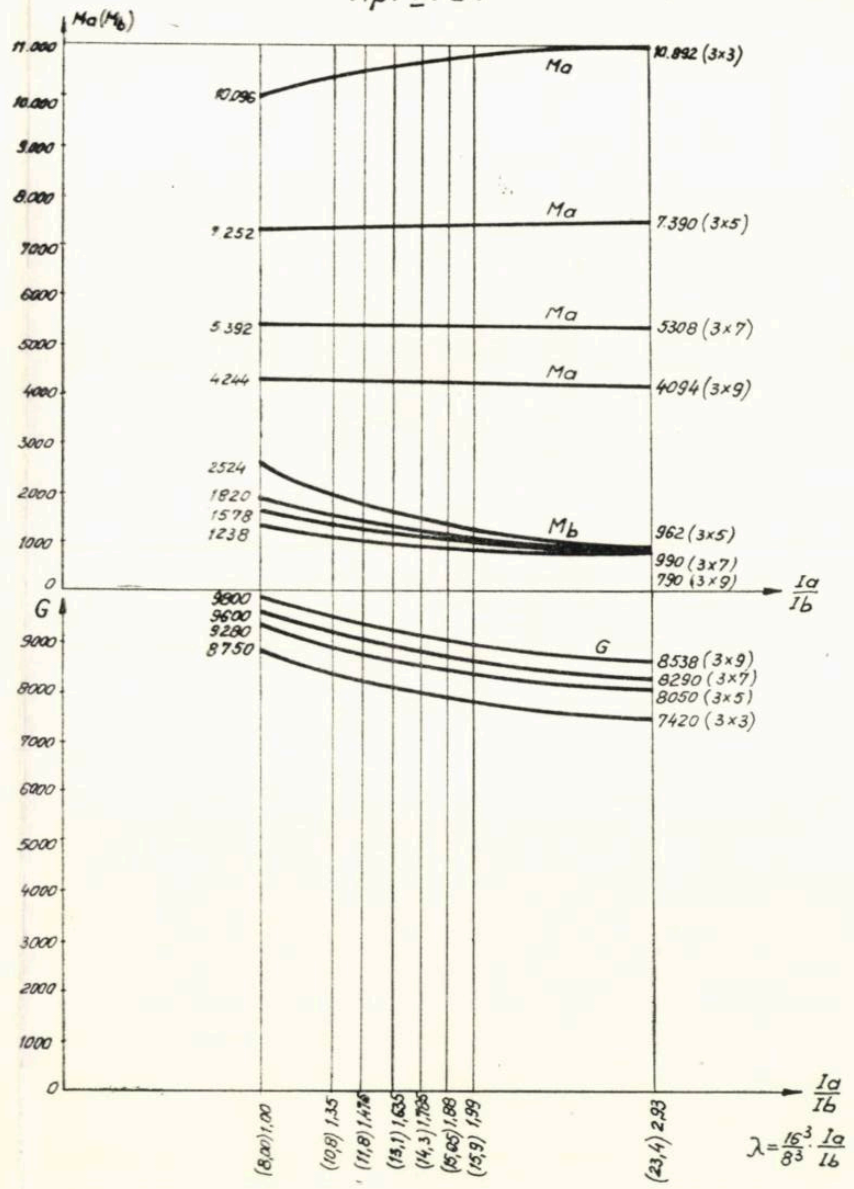


Fig. 4

$$A_b = \frac{A_a}{\sqrt[3]{I_a/I_b}}. \tag{10}$$

Folosind relațiile menționate mai sus, se determină volumul de material cu formula :

$$V = A_{(a)} au + A_{(b)}\ bv \tag{11}$$

și apoi greutatea rețelei de grinzi cu relația :

$$G = 6^{2/3}\gamma K_a^{-1/3}\left(\frac{M_{(a)\max}}{\sigma_a}\right)^{2/3}\left[au + \frac{bv}{\sqrt[3]{I_a/I_b}}\right]. \tag{12}$$

În ipoteza că grinzile rețelei sînt confecționate din profile laminate, greutatea rețelei de grinzi se calculează cu relația :

$$G = \frac{0{,}89}{\sigma_a^{0{,}67}}\left[au\,(M_{(a)\max})^{0{,}67} + bv\,(M_{(b)\max})^{0{,}67}\right]. \tag{13}$$

Cu ajutorul relației (12) s-au trasat o serie de abace de tipul celor din fig. 2, care reprezintă greutățile rețelelor de grinzi, în ipoteza celor cinci variabile impuse.

S-au calculat astfel greutățile a 218 tipuri de rețele de grinzi ce au de la 2 × 2 pînă la 3 × 15 ochiuri. În fig. 2 ... 4 se prezintă pe lîngă abacele de greutate a rețelelor și curbele momentelor maxime în grinzile dispuse după cele două direcții ($M_{(a)}$ și $M_{(b)}$).

Concluzii

1. Din analiza curbelor de greutate trasate rezultă că în cazul rețelelor de grinzi ce acoperă o suprafață de formă pătrată, raportul optim al momentelor de inerție al grinzilor, după cele două direcții, trebuie să fie egal cu 1.

2. La rețelele de grinzi ce acoperă o suprafață de formă dreptunghiulară, raportul momentelor de inerție al grinzilor după cele două direcții (I_a/I_b) trebuie să fie cît mai mare (în cazul rețelelor de grinzi considerate $I_a/I_b = 10$).

3. Pentru acoperirea unei suprafețe date se vor utiliza rețele cu un număr redus de grinzi dispuse după cele două direcții, pentru a avea soluția de greutate minimă, ceea ce rezultă de altfel și din curbele de greutate trasate.

Primită la 8 septembrie 1976

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mecanica construcțiilor

BIBLIOGRAFIE

1. Clarkson J., *The Elastic Analysis of Flat Grillages.* Cambridge Univ. Press, 1965.
2. Dumitraș Al., *Considerații privind calculul rețelelor de grinzi pe sisteme de bază reduse. Metoda momentelor active.* Bul. șt. Inst. Constr., Buc., *2* (1973).
3. Dumitraș Al., *Calculul rețelelor de grinzi în domeniul elastic și plastic.* Teză de doctorat, Inst. polit., Iași, 1975.

ANALYSE OPTIMALE DES RÉSEAUX DE POUTRES DANS LE DOMAINE ÉLASTIQUE

(Résumé)

On étudié le problème de l'optimisation des réseaux de poutres à l'aide du critère du poids minimum.

On utilise en ce but un procedé fondé sur une analyse numérique, en évitant le problème de la programmation nonlinéaire.

Pour un nombre de 218 types de réseaux de poutres, on donne une série de graphiques concernant leurs poids propres, lorsqu'on prend en considération les paramètres suivants: les dimensions du contour du réseau, le rapport des moments d'inertie du réseau, les nombres des poutres du réseau, la forme des sections des poutres du réseau.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 624.131

ASUPRA DETERMINĂRII ZONEI DE SIGURANȚĂ DE LA PARTEA INFERIOARĂ A UNUI VERSANT AFECTAT DE DEPLASĂRI DE TEREN (II)

DE

N. IRIMICIUC și TUDOR SILION

1. Introducere

Atunci cînd se ia în considerare caracterul dinamic al problemei se fac următoarele ipoteze de lucru :

a) Masa de pămînt care alunecă este considerată ca fiind constituită din două tronsoane rigide și anume : tronsonul *1*, care în final va avea poziția în contact cu terenul orizontal și tronsonul *2*, care va ocupa poziția orizontală (fig. 1).

b) Stratul care alunecă este considerat omogen, de secțiune constantă, de grosime H și de greutate volumetrică γ [N/m^3].

c) Mișcarea tronsoanelor are două etape : în prima etapă este accelerată, iar în a doua încetinită.

d) Punerea în mișcare a tronsoanelor, aflate inițial în poziție de echilibru, se datorează următoarelor două cauze : scăderii rezistenței la forfecare în planul de alunecare datorită creșterii umidității sau altor cauze ; învingerii rezistenței pasive a pămîntului de pe orizontală de la partea inferioară a versantului.

e) Schimbarea direcției de mișcare a celui de-al doilea tronson se produce fără pierdere de energie.

f) Frecările dintre cele dăuă tronsoane sînt considerate neglijabile.

În prima etapă a fenomenului de alunecare, cînd mișcarea este accelerată, cele două tronsoane se deplasează pe linia de cea mai mare pantă a planului înclinat cu aceeași accelerație, adică

$$\bar{a}_1 = \bar{a}_2 = \bar{a}. \tag{1}$$

Reacțiunile interioare, corespunzătoare contactului între tronsoane, satisfac principiul acțiunii și reacțiunii, adică :

$$\bar{N}_{12} + \bar{N}_{21} = 0. \tag{2}$$

Greutățile tronsoanelor au expresiile

$$(3) \qquad |\bar{P}_1| = (L-l)\,Hl\gamma,\ [\mathrm{N}]; \qquad |\bar{P}_2| = lHl\gamma,\ [\mathrm{N}].$$

Forțele de frecare au mărimile

$$(4) \qquad |\bar{F}_{f_1}| = \mu|\bar{N}_1| = \mathrm{tg}\,\Phi|\bar{N}_1|,\ [\mathrm{N}]; \qquad |\bar{F}_{f_2}| = \mu|\bar{N}_2| = \mathrm{tg}\,\Phi|\bar{N}_2|,\ [\mathrm{N}].$$

Coeziunea are valoarea

$$(5) \qquad |\bar{F}_{a_1}| = (L-l)\,c,\ [\mathrm{N}], \quad |\bar{F}_{a_2}| = lc,\ [\mathrm{N}],$$

unde $c = c(u)$ reprezintă forța specifică de coeziune pe unitatea de lungime.

Masele tronsoanelor au valorile:

$$(6) \qquad M_1 = (L-l)\,H\frac{\gamma}{g},\ [\mathrm{kg}]; \qquad M_2 = lH\frac{\gamma}{g},\ [\mathrm{kg}].$$

2. Ecuațiile de mișcare

Tronsonul 1:

$$(7) \qquad (L-l)\,H\frac{\gamma}{g}\bar{a} = (L-l)\,H\bar{\gamma} + \bar{N}_1 + \bar{F}_{f_1} + \bar{F}_{a_1} + \bar{N}_{12}.$$

Tronsonul 2:

$$(8) \qquad lH\frac{\gamma}{g}\bar{a} = lH\bar{\gamma} + N_2 + \bar{F}_{f_2} + \bar{F}_{a_2} + \bar{N}_{21}.$$

Prin însumarea ultimelor două relații și ținînd seama și de (2) rezultă ecuația

$$(9) \qquad LH\frac{\gamma}{g}\bar{a} = LH\bar{\gamma} + (\bar{N}_1 + \bar{N}_2) + (\bar{F}_{f_1} + \bar{F}_{f_2}) + (\bar{F}_{a_1} + \bar{F}_{a_2}),$$

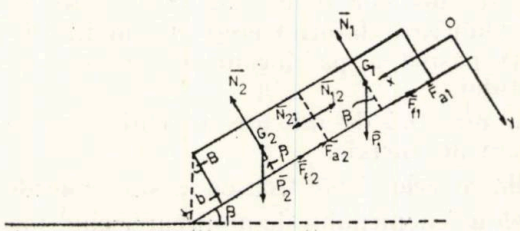


Fig. 1

cu următoarele ecuații de proiecții pe linia de cea mai mare pantă și pe normala la această linie (axele Ox și Oy — fig. 1):

$$(10) \qquad \begin{cases} LH\dfrac{\gamma}{g}\ddot{x} = LH\gamma\,\sin\beta - (|\bar{F}_{f_1}| + |\bar{F}_{f_2}|) - (|\bar{F}_{a_1}| + |\bar{F}_{a_2}|), \\ 0 = LH\gamma\cos\beta - (|\bar{N}_1| + |\bar{N}_2|). \end{cases}$$

Din cea de-a doua dintre relațiile (10) se obține

$$|\overline{N}_1| + |\overline{N}_2| = LH\gamma \cos\beta. \tag{11}$$

Pe de altă parte din (4) se obține:

$$|\overline{F}_{f_1}| + |\overline{F}_{f_2}| = \operatorname{tg}\Phi\,(|\overline{N}_1| + |\overline{N}_2|),$$

sau încă, ținînd seama și de (11), se mai poate scrie:

$$|\overline{F}_{f_1}| + |\overline{F}_{f_2}| = LH\gamma \cos\beta \operatorname{tg}\Phi. \tag{12}$$

De asemenea din (5) rezultă:

$$|\overline{F}_{a_1}| + |\overline{F}_{a_2}| = Lc. \tag{13}$$

Înlocuind (12) și (13) în (10) se obține:

$$LH\frac{\gamma}{g}\ddot{x} = LH\gamma \sin\beta - LH\gamma \cos\beta \operatorname{tg}\Phi - Lc,$$

sau încă

$$\ddot{x} = g(\sin\beta - \cos\beta \operatorname{tg}\Phi) - \frac{cg}{H\gamma} = g\left[\frac{1}{\cos\Phi}\sin(\beta - \Phi) - \frac{c}{H\gamma}\right]. \tag{14}$$

Prin integrări succesive rezultă relațiile:

$$\begin{cases} \dot{x} = g\left[\dfrac{\sin(\beta - \Phi)}{\cos\Phi} - \dfrac{c}{H\gamma}\right]t + C_1, \\ x = \dfrac{g}{2}\left[\dfrac{\sin(\beta - \Phi)}{\cos\Phi} - \dfrac{c}{H\gamma}\right]t^2 + C_1 t + C_2. \end{cases} \tag{15}$$

Impunînd în (15) condițiile inițiale:

$$t = 0,\ x(0) = 0,\ \dot{x}(0) = 0 \tag{16}$$

(tronsoanele se pun în mișcare prin scăderea coeficientului c fără viteză inițială, iar originea reperului OXY se alege în poziția inițială a centrului de masă G_1), rezultă, pentru cele două constante de integrare, valorile:

$$C_1 = C_2 = 0. \tag{17}$$

În consecință ecuația finită a mișcării are forma:

$$x = \frac{g}{2}\left[\frac{\sin(\beta - \Phi)}{\cos\Phi} - \frac{c}{H\gamma}\right]t^2, \tag{18}$$

iar viteza are valoarea:

$$v = \dot{x} = g\left[\frac{\sin(\beta - \Phi)}{\cos\Phi} - \frac{c}{H\gamma}\right]t. \tag{19}$$

3. Discuții

1. Pentru

$$\beta < \Phi, \tag{20}$$

adică pentru unghiuri mici ale pantei, inferioare unghiului de frecare, accelerația capătă valori negative:

$$a = g\left[\frac{\sin(\beta - \Phi)}{\cos\Phi} - \frac{c}{H\gamma}\right] < 0 \tag{21}$$

și deci alunecarea nu este posibilă fără viteză inițială. Tronsonul are deci poziția inițială de echilibru stabilă.

2. Pentru

$$\beta = \Phi \tag{22}$$

rezultă

$$a = -\frac{gc}{H\gamma} < 0, \tag{23}$$

adică alunecarea nu este posibilă fără viteză inițială. Și în acest caz poziția de echilibru a tronsoanelor *1* și *2* este stabilă.

3. Pentru

$$\beta > \Phi \tag{24}$$

rezultă următoarele situații distincte:

3.1. Situația caracterizată prin condiția:

$$\frac{\sin(\beta - \Phi)}{\cos\Phi} < \frac{c}{H\gamma}. \tag{25}$$

Va rezulta și în acest caz

$$a < 0, \tag{26}$$

adică nici de această dată alunecarea nu este posibilă fără viteză inițială.

3.2. Situația caracterizată prin condiția:

$$\frac{\sin(\beta - \Phi)}{\cos\Phi} = \frac{c}{H\gamma}, \tag{27}$$

indicînd faptul că și în acest caz mișcarea de alunecare, care este uniformă, este posibilă numai cu viteză inițială. Deci și în această situație poziția de echilibru este asigurată.

3.3. Situația caracterizată prin condiția:

$$\frac{\sin(\beta - \Phi)}{\cos\Phi} > \frac{c}{H\gamma}. \tag{28}$$

Numai în acest unic caz se poate produce alunecarea chiar fără viteză inițială, alunecarea fiind în acest caz accelerată.

Timpul t_1 după care tronsonul *1* va atinge terenul orizontal de sprijin, deci în care tronsoanele vor parcurge distanța

(29) $$b = H \operatorname{tg} \beta,$$

va fi dat de relația

$$x(t_1) = b$$

sau

(30) $$H \operatorname{tg} \beta = g\left[\frac{\sin(\beta - \Phi)}{\cos \Phi} - \frac{c}{H\gamma}\right] t_1^2,$$

rezultînd de aici

(31) $$t_1 = H \sqrt{\frac{\gamma \operatorname{tg} \beta \cos \Phi}{g\,[H\gamma \sin(\beta - \Phi) - c \cos \Phi]}}.$$

Viteza cu care tronsonul *2* atinge terenul orizontal va fi dată de relația :

$$v_1^0 = v(t_1),$$

adică

(32) $$v_1^0 = \sqrt{g \frac{[H\gamma \sin(\beta - \Phi) - c \cos \Phi] \operatorname{tg} \beta}{\gamma \cos \Phi}}.$$

În ipoteza că la schimbarea de direcție a mișcării tronsonului *2* nu se produce o pierdere de energie (schimbarea de direcție are loc fără șocuri), această viteză finală în prima etapă va constitui viteza inițială în cea de a doua etapă a mișcării.

Etapa a doua a mișcării în care mișcarea este încetinită (fig.2) se caracterizează prin următoarele elemente :

a) Accelerațiile centrelor de masă au și acum același modul, adică

(33) $$|\bar{a}_1| = |\bar{a}_2| = |\bar{a}|,$$

dar orientările lor sînt diferite și anume : $\bar{a}_1$ după linia de cea mai mare pantă iar $\bar{a}_2$ orizontală.

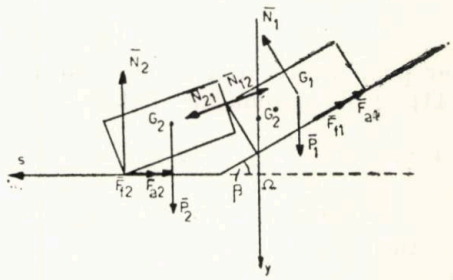


Fig. 2

Alegînd drept nou reper pentru a doua etapă a mișcării, reperul Ωsv, cu axa Ωs orientată după direcția terenului orizontal, cu axa Ωv verticale și în jos și cu originea Ω la intersecția planului orizontal cu verticala că trece prin poziția finală G_2^0 din prima etapă a mișcării, a centrului de masă G_2, accelerațiile $\bar{a}_1$ și $\bar{a}_2$ vor avea următoarele proiecții pe aceste axe :

(34) $$a_{1s} = \ddot{s} \cos \beta, \quad a_{1v} = \ddot{s} \sin \beta,$$

respectiv

(35) $$a_{2s} = \ddot{s}, \quad a_{2v} = 0.$$

Forțele interioare, $\bar{N}_{12}$ și $\bar{N}_{21}$, vor satisface și acum condiția (2), cu consecințele :

(36) $$N_{12_s} + N_{21_s} = 0, \quad N_{12_v} + N_{21_v} = 0.$$

Proiecțiile greutăților sînt în acest caz :

$$(37)\qquad P_{1s}=0,\quad P_{2s}=0\,;\qquad P_{1v}=(L-l)H\gamma,\quad P_{2v}=lH\gamma\,.$$

Proiecțiile reacțiunii sînt

$$(38)\qquad N_{1s}=|\bar{N}_1|\sin\beta,\ N_{2s}=0\,;\qquad N_{1v}=-|\bar{N}_1|\cos\beta,\ N_{2v}=-|\bar{N}_2|,$$

iar proiecțiile forțelor de frecare:

$$(39)\qquad \begin{cases} F_{f_{1s}}=-\operatorname{tg}\Phi\,|\bar{N}_1|\cos\beta, & F_{f_{2s}}=-\operatorname{tg}\Phi\,|\bar{N}_2|\,;\\ F_{f_{1v}}=-\operatorname{tg}\Phi\,|\bar{N}_1|\sin\beta, & F_{f_{2v}}=0. \end{cases}$$

Proiecțiile forțelor de coeziune sînt:

$$(40)\qquad F_{a1_s}=-(L-l)\,c\cos\beta,\quad F_{a2_s}=-lc\,;\quad F_{a1_v}=-(L-l)\,c\sin\beta,\quad F_{a2_v}=0$$

Noile ecuații de mișcare vor fi:

$$(41)\qquad \begin{cases} (L-l)\,H\dfrac{\gamma}{g}\bar{a}_1=(L-l)H\bar{\gamma}+\bar{N}_1+\bar{F}_{f_1}+\bar{F}_{a_1}+\bar{N}_{12}\,,\\ lH\dfrac{\gamma}{g}\bar{a}_2=lH\bar{\gamma}+\bar{N}_2+\bar{F}_{f_2}+\bar{F}_{a_2}+\bar{N}_{21}\,. \end{cases}$$

Proiectînd prima ecuație pe axele Ωs și Ωv, rezultă sistemul de ecuații scalare:

$$(42)\qquad \begin{cases} (L-l)\,H\dfrac{\gamma}{g}\ddot{s}\cos\beta=|\bar{N}_1|\sin\beta-\operatorname{tg}\Phi\,|\bar{N}_1|\cos\beta-(L-l)\,c\cos\beta+N_{12},\\ (L-l)\,H\dfrac{\gamma}{g}\ddot{s}\sin\beta=(L-l)H\gamma-|\bar{N}_1|\cos\beta-\operatorname{tg}\Phi\,|\bar{N}_1|\sin\beta-\\ \qquad\qquad -(L-l)\,c\sin\beta+N_{12_v}, \end{cases}$$

iar prin proiectarea pe aceleași axe a celei de a doua ecuații din sistemul (41) se obțin ecuațiile scalare:

$$(43)\qquad lH\frac{\gamma}{g}\ddot{s}=-\operatorname{tg}\Phi|\bar{N}_2|-lc+N_{21_s},\qquad 0=lH\gamma-|\bar{N}_2|+N_{21_v}.$$

Întrucît reacțiunea N_{21_v} este foarte mică se poate accepta aproximația

$$(44)\qquad N_{21_v}=-N_{12_v}\approx 0,$$

încît din cea de-a doua dintre ecuațiile (43) se deduce:

$$(45)\qquad N_2=lH\gamma,$$

iar din cea de-a doua dintre ecuațiile (42) rezultă

$$(46)\qquad |\bar{N}_1|=(L-l)\,\frac{H\gamma-c\sin\beta-H(\gamma/g)\sin\beta\,\ddot{s}}{\cos\beta+\operatorname{tg}\Phi\sin\beta}\,.$$

Înlocuind aceste valori în primele ecuații din sistemele (42) și (43) se obține:

$$(47)\qquad \begin{cases} \ddot{s}\left\{(L-l)\,H\dfrac{\gamma}{g}[\cos\beta+\sin\beta\operatorname{tg}(\beta-\Phi)]\right\}=(L-l)\,[H\gamma-c\sin\beta)\operatorname{tg}(\beta-\Phi)-\\ \qquad\qquad -c\cos\beta]+N_{12_s},\\ \ddot{s}lH\dfrac{\gamma}{g}=-lH\gamma\operatorname{tg}\Phi-lc+N_{21_s}. \end{cases}$$

Însumînd aceste relații și ținînd seama de condițiile (36) rezultă ecuația diferențială :

$$\ddot{s}\left(H\frac{\gamma}{g}\{L[\cos\beta+\sin\beta\,\mathrm{tg}\,(\beta-\Phi)]+l[1-\cos\beta-\sin\beta\,\mathrm{tg}(\beta-\Phi)]\}\right)= \tag{48}$$
$$= L[(H\gamma - c\sin\beta)\,\mathrm{tg}(\beta-\Phi) - c\cos\beta] - l\{H\gamma[\mathrm{tg}\,\Phi -$$
$$-\mathrm{tg}\,(\beta-\Phi)] + c[1-\cos\beta-\sin\beta\,\mathrm{tg}(\beta-\Phi)]\}.$$

Introducînd notațiile :

$$\begin{cases} a = H\frac{\gamma}{g}L[\cos\beta+\sin\beta\,\mathrm{tg}(\beta-\Phi)] > 0, \\ b = H\frac{\gamma}{g}[1-\cos\beta-\sin\beta\,\mathrm{tg}(\beta-\Phi)], \\ c = -L[(H\gamma - c\sin\beta)\,\mathrm{tg}\,(\beta-\Phi) - c\cos\beta], \\ f = H\gamma[\mathrm{tg}\,\Phi - \mathrm{tg}\,(\beta-\Phi) + c[1-\cos\beta-\sin\beta\,\mathrm{tg}\,(\beta-\Phi)], \end{cases} \tag{49}$$

ecuația (48) mai poate fi scrisă sub forma :

$$\ddot{s} = -\frac{e+fl}{a+bl} = \text{const.} \tag{50}$$

Prin integrări succesive se obțin relațiile :

$$\dot{s} = C_1 - \frac{e+fl}{a+bl}t \tag{51}$$

și

$$s = C_2 + C_1 t - \frac{1}{2}\cdot\frac{e+fl}{a+bl}t^2. \tag{52}$$

Impunînd condițiile inițiale pentru $t = 0$:

$$\dot{s}(0) = v_1^0 = \sqrt{\frac{g[H\gamma\sin(\beta-\Phi) - c\cos\Phi]\,\mathrm{tg}\,\beta}{\gamma\cos\Phi}}, \quad s(0) = 0, \tag{53}$$

rezultă pentru constantele de integrare valorile :

$$C_1 = v_1^0 = \sqrt{\frac{g[H\gamma\sin(\beta-\Phi) - c\cos\Phi]\,\mathrm{tg}\,\beta}{\gamma\cos\Phi}}, \quad C_2 = 0. \tag{54}$$

În consecință ecuația mișcării tronsonului 2, în etapa a doua, va avea forma :

$$s = v_1^0 t - \frac{1}{2}\cdot\frac{e+fl}{a+bl}t^2, \tag{55}$$

această mișcare efectuîndu-se cu viteza

$$v = \dot{s} = v_1^0 - \frac{e+fl}{a+bl}t. \tag{56}$$

Oprirea tronsonului va avea loc la momentul t_2 satisfăcînd condiția $v(t_2) = 0$ sau

$$v_1^0 - \frac{e+fl}{a+bl}t_2 = 0$$

rezultînd de aici

$$t_2 = \frac{a+bl}{e+fl} v_1^0. \tag{57}$$

Distanţa parcursă în acest timp va fi dată de relaţia $s(t_2) = l$, adică:

$$v_2^{0^2} \frac{a+bl}{e+fl} - \frac{1}{2} \cdot \frac{e+fl}{a+bl} \cdot \frac{(a+bl)^2}{(e+fl)^2} v_1^{0^2} = l$$

sau

$$\frac{1}{2} v_1^{0^2} \frac{a+bl}{e+fl} = l. \tag{58}$$

Această relaţie este o ecuaţie de gradul doi în l de forma:

$$l^2 - \frac{1}{2f}(v_1^{0^2} b - 2e)\, l - \frac{1}{2} v_1^{0^2} \frac{a}{f} = 0, \tag{59}$$

vînd unica rădăcină cu sens fizic ($l > 0$)

$$l = \frac{1}{4f}(v_1^{0^2} b - 2e) + \sqrt{\frac{1}{16 f^2}(v_1^{0^2} b - 2e)^2 + \frac{1}{2} v_1^{0^2} \frac{a}{f}}, \tag{60}$$

Primită la 22 ianuarie 1976

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de mecanică
şi
Catedra de fundaţii şi căi de comunicaţii

BIBLIOGRAFIE

1. Stănculescu I., Silion T., Mihăilescu C., *Metode de combaterea alunecărilor de teren ce se manifestă în raza municipiului Iaşi.* A III-a conferinţă de geotehnică şi fundaţii, Timişoara, 1975.
2. Tufescu V., *Modelarea naturală a reliefului şi eroziunea accelerată.* Ed. Acad. R.P.R., Buc., 1966.
3. Jaeger C., *Stabilitatea unor mase de roci fisurate, parţial submersate şi alunecarea de stînci de la Vajont.* A.S.C.E., 1968.
4. Silion T., Irimiciuc N., *Asupra determinării zonei de siguranţă de la partea inferioară a unui versant afectat de deplasările de teren* (I). Bul. Inst. polit. Iaşi, **XXII (XXVI)**, *1 — 2* (1976).

BEITRAG ZUR BESTIMMUNG DER SICHERHEITSZONE AM FUSSE EINES HANGES DER DEM ERDRUTSCH AUSGESETZT IST (II)

(Zusammenfassung)

Auf Grund einer dynamischen Analyse wird die Größe der Sicherheitszone am Fusse eines Hanges der dem Erdrutsch ausgesetzt ist bestimmt.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 624.1

STRUCTURI PLANE FUNDATE PE COLOANE, ÎN CONLUCRARE CU TERENUL DE FUNDARE

DE

ANGHEL STANCIU, V. MUȘAT și PAULICĂ RĂILEANU

1. Introducere

Utilizarea fundațiilor de adîncime (coloane) s-a extins considerabil în ultimul timp. Deși domeniul preferat în această direcție îl constituie fundațiile podurilor și construcțiilor hidrotehnice, în viitor ele se vor extinde și la construcțiile civile și industriale (fig. 1). Structura de rezistență a construcției transmite terenului, prin intermediul coloanelor, solicitările la care ea este supusă. Iau naștere presiuni pe suprafețele de contact coloană — teren, a căror repartizare depinde atît de caracteristicile fizico-mecanice ale terenului cît și de rigiditatea suprastructurii. Aceste presiuni trebuie să echilibreze încărcările ce acționează asupra construcției. Starea de deformație creată de acțiunea tuturor încărcărilor cuprinde întregul sistem (structură — fundație), manifestîndu-se atît prin deformarea structurii de rezistență cît și a terenului de fundare. Ca urmare, determinarea eforturilor în suprastructură, considerînd stîlpi încastrați perfect la nivelul coloanelor și separat a eforturilor în teren și coloane, sub încărcările aferente, nu reflectă modul real de lucru al construcției, în ansamblu.

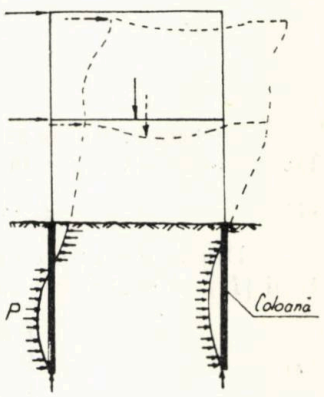


Fig. 1

Rezultă ca fiind necesar un calcul pe ansamblu structură — fundație, prin realizarea unei sinteze între metodele calculului structurilor și cele de calcul ale coloanelor.

2. Cadre plane fundate pe coloane

Fie un cadru plan fundat pe coloane, acționat de sarcini în planul său (fig. 2). Coloanele, luate separat, se consideră elemente elastice, care prin deformarea lor și a terenului au deplasări verticale — v, orizontale — u și rotiri — θ, la capătul lor superior.

Calculul structurii se va efectua prin procedeul matricei rigidității structurale [1] ... [3], considerîndu-se coloanele ca bare încastrate elastic în teren. Pentru pămînt se acceptă modelul reologic F u s s-W i n k l e r.

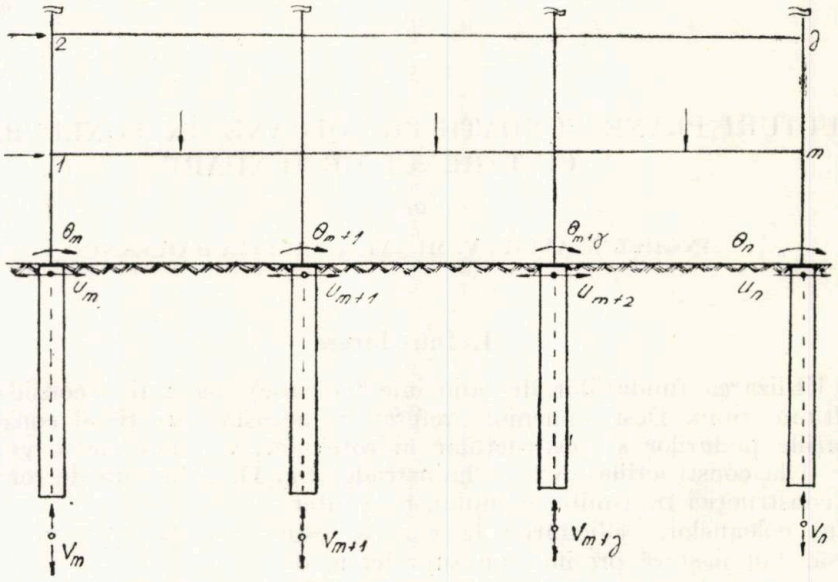


Fig. 2

Secțiunile de încastrare ale stîlpilor în coloane se consideră noduri. Deformațiile de referință [3] ale coloanei j se vor admite de forma :

$$\{D_j\}^T = \{v_j \quad u_j \quad \theta_j\}, \ (j = 1, \ldots, n). \tag{1}$$

După cum este cunoscut [1] ... [3], între deplasările nodale ale structurii $[D]_s$ și încărcările nodale $[P_t]_s$ există relația :

$$\begin{Bmatrix} P \\ R \end{Bmatrix}_s = \left[\begin{array}{c|c} K_{pp} & K_{PR} \\ \hline K_{RP} & K_{RP} \end{array}\right] \begin{Bmatrix} D_P \\ D_R \end{Bmatrix}_s, \tag{2}$$

unde : $\{D_P\}_s$ reprezintă deplasările necunoscute ale nodurilor cadrului, exclusiv nodurile de reazem, $\{P\}_s$ — încărcările exterioare aplicate în noduri, $\{D_R\}_s$ — deplasările necunoscute ale reazemelor, $\{R\}_s$ — reacțiunile necunoscute ce apar în nodurile de reazem.

Dezvoltînd relația (2) se obține :

$$\{P\}_s = [K_{PP}]\{D_P\}_s + [K_{PR}]\{D_R\}_s, \quad \{R\}_s = [K_{RP}]\{D_P\}_s + [K_{RP}]_s\{D_R\}_s, \tag{3}$$

un sistem formal de două ecuații cu trei necunoscute. A treia ecuație rezultă din condiția de continuitate a rezemărilor :

$$\{D_P\}_s = \{D_R\}_s, \tag{4}$$

unde $\{D_F\}_s$ reprezintă matricea deplasărilor capetelor coloanelor în sistemul de coordonate structural, datorită eforturilor $\{Y\}_s$ ce acționează în capătul lor.

Între eforturile $\{Y\}_s$ și reacțiunile din nodurile de reazem există relația :

$$\{Y\}_s = \{R\}_s. \tag{5}$$

Definind matricea $[K_F]$ ca matrice de rigiditate a ansamblului fundație — teren, se poate deduce a treia ecuație a sistemului

$$\{Y\}_s = [K_F]\{D_F\}_s$$

sau ținînd cont de relația (5) :

$$-\{R\}_s = [K_F]\{D_R\}_s. \tag{6}$$

Avînd în vedere ecuația (6), sistemul (3) devine compatibil determinat, de forma :

$$\begin{cases} \{P\}_s = [K_{PP}]\{D_P\}_s + [K_{PR}]\{D_R\}_s, \\ \{0\}_s = [K_{RP}]\{D_{Ps}\}_s + ([K_{RP}] + [K_F])\{D_R\}_s \end{cases} \tag{7}$$

sau :

$$\begin{Bmatrix} P \\ 0 \end{Bmatrix}_s = \left[\begin{array}{c|c} [K_{PP}] & [K_{PR}] \\ \hline [K_{RP}] & [K_{RP}] + [K_F] \end{array}\right] \begin{Bmatrix} D_P \\ D_R \end{Bmatrix}_s. \tag{8}$$

3. Determinarea matricei $[K_F]_s$

Considerînd coloanele ca elemente elastice și adoptînd pentru teren modelul reologic Fuss-Winkler, deplasările unei coloane, $[D_i]_s$, produse de forțe generalizate, $[Y_j]_s$, ce acționează în capul coloanei j, sînt nule pentru $i \neq j$.

Ca urmare, matricea $[K_F]_s$ este o matrice diagonală avînd ca elemente submatrice. Cum coloanele sînt elemente verticale, în general sistemul local de axe de coordonate al coloanelor coincide cu sistemul structural. Submatricile sînt matrice de rigiditate ale fiecărei coloane $[K_F]$ cu deformațiile caracteristice specificate în relația (1). Matricea $[K_F]_s$ are expresia :

$$[K_F]_s = \begin{bmatrix} [K_F]_m & [0] & \dots & [0] \\ [0] & [K_F]_{m+1} & \dots & [0] \\ [0] & [0] & \dots & [K_F]_n \end{bmatrix}. \tag{9}$$

4. Determinarea matricei de rigiditate a coloanei $[K_F]_i$

Matricea de rigiditate a coloanei i este de forma :

$$[K_F]_i = \begin{bmatrix} K_{11} & 0 & 0 \\ 0 & K_{22} & K_{23} \\ 0 & K_{32} & K_{33} \end{bmatrix}, \tag{10}$$

semnificația termenilor K_{ij} fiind dată în fig. 3.

Determinarea rigidităților K_{ij} este arătată în [4] admițînd următoarele ipoteze : a) coloana se consideră de rigiditate finită, b) pămîntul este considerat un mediu liniar deformabil, caracterizat de un coeficient de pat $c_x = my$, c) se consideră că coloanele lucrează pe orizontală în condițiile problemei plane, adoptînd o lățime convențională de calcul $b_c = 0{,}9\,(d + 1)$ (fig. 4).

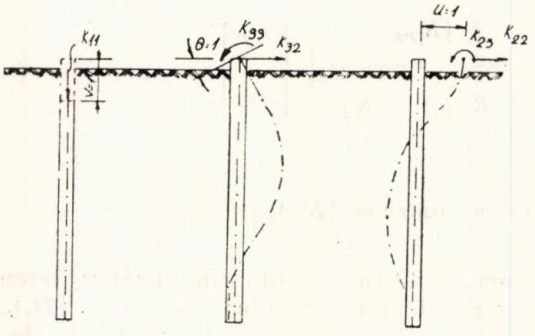


Fig. 3

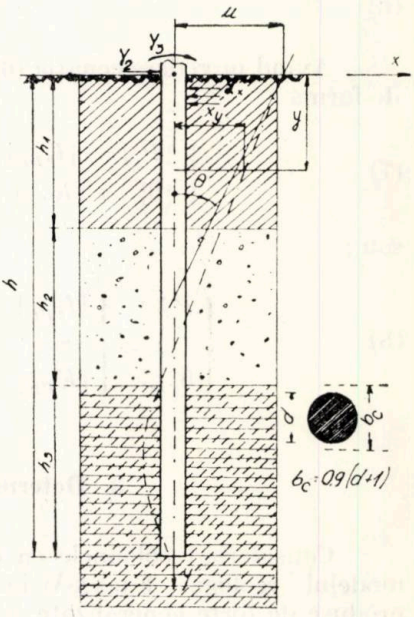


Fig. 4

Ecuația diferențială (fig. 4) este de forma [4]:

$$\frac{\mathrm{d}^4 x}{\mathrm{d}y^4} + x\bar{y} = 0 \tag{11}$$

unde :

$$\bar{y} = \alpha y \text{ și } \alpha = \sqrt[5]{\frac{mb_c}{EI}}.$$

Tabelul 1

Beton marca B 300, coloana diametru 110 cm

m	k_{ij} \ y	2,60	2,80	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
2 500	k_{11}	92 058	98 677	105 197	121 038	136 163	150 511	164 037
	k_{22}	50 076	51 193	53 819	55 652	57 433	58 037	58 142
	k_{23}	172 143	171 221	175 772	175 613	179 736	181 686	182 178
	k_{33}	898 087	899 089	921 388	904 920	914 678	920 956	923 281
3 000	k_{11}	166 154	113 726	121 174	139 208	156 337	172 489	187 614
	k_{22}	55 870	57 116	60 043	62 085	64 073	64 746	64 863
	k_{23}	185 175	184 184	189 875	188 898	193 333	195 435	195 961
	k_{33}	931 454	932 428	955 613	938 525	948 444	955 156	957 569
3 500	k_{11}	119 707	128 185	136 509	156 604	175 597	193 407	209 980
	k_{22}	61 289	62 654	65 864	68 101	70 282	71 020	71 149
	k_{23}	196 961	195 906	201 106	200 912	205 630	207 865	208 424
	k_{33}	960 634	961 710	985 543	967 911	978 243	985 063	987 551
4 000	k_{11}	132 808	142 148	151 306	173 351	194 086	213 435	231 329
	k_{22}	66 407	67 885	71 360	73 782	76 144	76 944	77 084
	k_{23}	207 775	206 663	212 146	211 935	216 911	219 269	219 859
	k_{33}	986 646	987 756	1 012 225	994 108	1 004 720	1 011 725	1 014 280
4 500	k_{11}	145 519	155 687	165 642	189 539	211 921	232 696	251 804
	k_{22}	71 275	72 860	76 589	79 185	81 720	82 579	82 729
	k_{23}	217 807	216 640	222 385	222 159	227 375	229 847	230 465
	k_{33}	1 010 178	1 011 316	1 036 361	1 017 805	1 028 668	1 035 842	1 038 457
5 000	k_{11}	157 892	168 854	179 574	205 238	229 175	251 287	271 516
	k_{22}	75 931	77 620	81 590	84 352	87 053	87 968	88 127
	k_{23}	227 191	225 974	231 964	231 722	237 163	239 741	240 386
	k_{33}	1 031 702	1 032 867	1 058 440	1 039 480	1 050 576	1 057 902	1 060 572
5 500	k_{11}	169 963	181 693	193 147	220 504	245 916	269 282	290 548
	k_{22}	80 405	82 192	86 394	89 317	92 177	93 145	93 314
	k_{23}	236 027	234 763	240 983	240 727	246 379	249 057	249 727
	k_{33}	1 051 569	1 052 761	1 078 816	1 059 484	1 070 796	1 078 259	1 080 982
6 000	k_{11}	181 764	194 236	206 399	235 379	262 195	286 743	308 978
	k_{22}	84 720	86 602	91 027	94 104	97 117	98 137	98 315
	k_{23}	244 396	243 086	249 524	249 253	255 105	257 878	258 572
	k_{33}	1 070 044	1 071 257	1 097 761	1 078 085	1 089 592	1 097 187	1 099 959

Tabelul 2

Beton marca B 300, coloana diametru 88 cm

m	k_{ij} \ y	2,60	2,80	3,00	3,50	4,00	4,50	5,00
2 500	k_{11}	633 144	67 710	72 214	83 183	93 697	103 716	113 209
	k_{22}	32 783	33 516	35 236	36 440	37 607	38 002	38 071
	k_{23}	96 391	95 874	98 425	98 344	100 652	101 764	102 020
	k_{33}	430 108	430 585	441 272	433 397	438 022	441 076	442 189
3 000	k_{11}	72 833	78 062	83 212	95 717	107 646	118 951	129 596
	k_{22}	36 575	37 392	39 311	40 653	41 955	42 395	42 472
	k_{23}	103 686	103 131	105 875	105 784	108 267	109 444	109 738
	k_{33}	446 087	446 582	457 665	449 491	454 289	457 456	458 611
3 500	k_{11}	82 153	88 013	93 775	107 727	120 976	133 469	145 164
	k_{22}	40 122	41 018	43 122	44 592	46 020	46 504	46 588
	k_{23}	110 284	109 694	112 611	112 512	115 153	116 405	116 718
	k_{33}	460 058	460 571	471 998	463 566	468 513	471 780	472 971
4 000	k_{11}	9 116	97 628	103 973	119 297	133 787	147 384	160 044
	k_{22}	43 471	44 441	46 720	48 312	49 859	50 383	50 474
	k_{23}	116 339	115 716	118 791	118 685	121 471	122 791	123 122
	k_{33}	472 516	473 043	484 775	476 112	481 195	484 549	485 773
4 500	k_{11}	99 916	106 955	113 859	130 489	146 152	160 782	174 333
	k_{22}	46 657	47 698	50 143	51 850	53 510	54 072	54 170
	k_{23}	121 954	121 301	124 524	124 410	127 331	128 715	129 061
	k_{33}	483 783	484 324	496 333	481 461	492 664	496 098	497 351
5 000	k_{11}	108 435	116 030	123 471	141 351	158 126	173 726	188 105
	k_{22}	49 704	50 812	53 416	55 234	57 002	57 601	57 705
	k_{23}	127 208	126 526	129 887	129 766	132 812	134 256	134 617
	k_{33}	494 091	494 644	506 906	497 843	503 156	506 665	507 943
5 500	k_{11}	116 750	124 882	132 840	151 919	169 752	186 267	201 417
	k_{22}	52 632	53 805	56 562	58 484	60 357	60 991	61 102
	k_{23}	132 154	131 446	134 939	134 808	137 973	139 473	139 848
	k_{33}	503 604	504 169	516 664	507 423	512 840	516 415	517 719
6 000	k_{11}	124 881	133 534	141 992	162 223	181 067	198 446	214 318
	k_{22}	55 455	56 691	59 594	61 619	63 592	64 260	64 376
	k_{23}	136 838	136 105	139 718	139 583	142 860	144 413	144 801
	k_{33}	512 448	513 023	525 736	516 331	521 842	525 480	526 807

Considerînd soluția ecuației (11):

$$x(y) = uA_1 + \frac{\theta}{\alpha} B_1 + \frac{Y_3}{\alpha^2 EI} C_1 + \frac{Y_2}{\alpha^3 EI} D_1,$$

unde A_1, B_1, C_1, D_1 sînt funcții de influență [4] depinzînd de $\overline{y}$, s-au calculat rigiditățile coloanei, K_{ij}, în funcție de coeficienții de proporționalitate ($m = 1\,000 \ldots 10\,000$ kN/m^3), de lungimea și diametrul coloanei, precum și de marca betonului.

Valorile rigidităților, exprimate în kN și kNm, sînt date în tabelele 1 și respectiv 2.

5. Concluzii

Calculul structurilor, atunci cînd se ține seama de conlucrarea cu terenul de fundare (la fundațiile pe coloane), se efectuează cu procedeul matricei de rigiditate, considerîndu-se coloanele ca bare încastrate elastic în teren.

Modelul reologic acceptat pentru pămînt este modelul Fuss-Winkler.

Folosindu-se matricea de rigiditate $[K_F]_s$ a ansamblului fundație—teren, dedusă de autori, determinată pe baza matricelor de rigiditate $[K_F]_i$ ale coloanelor (tabelele 1 și 2), repartiția eforturilor în structură și coloane poate fi determinată cu luarea în considerare a conlucrării structură — fundație — teren.

Cercetările teoretice și studiile experimentale scot în evidență necesitatea luării în considerare a conlucrării fundației cu terenul de fundare și suprastructura [5].

Primită la 18 octombrie 1976

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de geotehnică,
fundații și căi de comunicații

BIBLIOGRAFIE

1. Ciongradi I., Missir I., *Utilizarea calculatoarelor la proiectarea structurilor.* Inst. polit., Iași, 1975.
2. Massonnet Gh., Deprez G., Marquoi R., Müller R., Fonder G., *Calculul structurilor la calculatoare electronice,*(trad. din l. franc.). Ed. Tehn., Buc., 1974.
3. Răutu S., Bănuț V., *Statica construcțiilor.* EDP, Buc., 1972.
4. Popa C., Băbeanu T., *Fundații de adîncime pe coloane.* Centrul de documentare și publicații tehnice, M.T.Tc., Buc., 1974.
5. * * * Proc. of the Eighth Intern. Conf. on Soil Mech. a. Found. Eng., Moscow, 1973.

PLANE STRUCTURES FOUNDED ON COLUMNS IN INTERACTION WITH THE FOUNDATION SOIL

(Summary)

It is presented some aspects of the interaction between plane structures founded on column and the foundation soil considered as a Fuss-Winkler model. So one can achieve the judicious design of structures by using a program in which the matrices of rigidity of the columns are calculated in relation to the diameter of the columns, the concrete strength and the values of the soil parameters.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

D.K. 624.2

GROßMODELLVERSUCHE FÜR VERBUNDTRÄGERBRÜCKEN MIT LEICHTBETONFAHRBAHNPLATTEN

VON

RUDOLF MÜHLBÄCHER, CHIMON CAPATU, N. BENCHEA, FLORIN VARLAM und C. JANTEA

1. Allgemeines

Es werden im Folgenden die Resultate der Großmodellversuche für drei Modelle von Verbundträgerbrücken unter statischer Belastung diskutiert. Die vorgefertigten Leichtbetonfahrbahnplatten Güte B 300, hatten Bläh-ton aus Jassy als Zuschlagstoff, mit Abmessungen von 95 × 130 × 6 cm und waren mit Aussparrungen 10 × 10 cm im Abstand von 25 cm für die Verbunddübel versehen. Das Vergießen der Fugen und Aussparrungen, in welche die Verbundanker eingriffen, erfolgte mit normalem Beton der Güte B 300.

Die Stahlträger wurden aus OL 37-3 gefertigt und sind mit gewalzten Querträgern verbunden, die nicht im Verbund mit der Betonplatte sind (Abb. 1). Es wurden drei Typen von Verbundankern verwendet, u.z. Type *A* für das Modell GP2A, Type *B* für das Modell GP3B, Type *C* für das Modell GP1C (s. Abb. 1).

Die Großmodelle entsprachen Prototypen von Eisenbahnbrücken mit Bettung, die für den Lastzug P 10 berechnet wurden, und waren im geometrischen Maßstab 1 : 4 gehalten. Bei dem Querträgerquerschnitt, bei dem Zwischenraum der Verbundanker und bei der genauen Form der Betonplatte wurde vom geometrischen Maßstab abgewichen. Die Querträger der Modelle, aus Walzträgern, wurden bezüglich des Trägheitsmomentes modeliert. Der Zwischenraum der Verbundanker konnte bei den Modellen nicht unter 25 cm verkleinert werden da sonst die vorgefertigten Platten, der vielen Aussparrungen wegen, nicht hergestellt werden konnten. Die exakte Form der Betonplatte für die Bettung wurde der Gußschwierigkeiten wegen nicht eingehalten. Somit haben die erhaltenen Resultate sowohl quantitativen als auch qualitativen Charakter.

Um das Verhalten solcher Tragwerke zu studieren wurde vorgesehen zuerst Versuche unter statischen Lasten zu unternehmen um folgende Punkte zu klären : a) Bruchverhalten der Modelle, b) Spannungsverteilung im Stahlträger, c) Bestimmung der mittragenden Leichtbetonplattenbreite und d) Verformungen.

Es wurden ebenfalls die relativen Verschiebungen zwischen dem Stahlträger und Betonplatte in horizontaler und vertikaler Richtung gemessen, die aber hier nicht besprochen werden sollen.

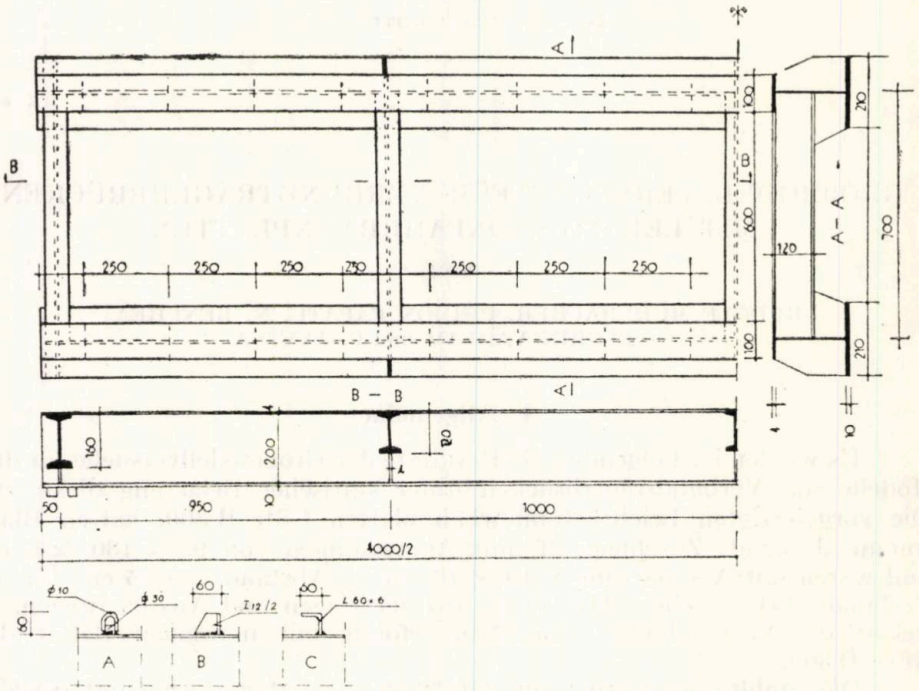


Abb. 1. — Stahlträger der Großmodelle.

2. Versuchsdurchführung

Die Belastung der Modelle erfolgte durch zwei Kräfte in Trägermitte mit einem Abstand von 80 cm, um eine Zone konstanter Querkraft und eine Zone konstanter Biegemomente zu erhalten (s. Abb. 2). Die Lastübertragung auf die Modelle erfolgte durch zwei Eisenbahnschienen durch eine Bleiunterlage. Die Belastungstufen entsprachen Bruchteilen der zulässigen Biegemomente von $0{,}20\,M_{zul}$. Die Kontrolle der Kräfte erfolgte mit einem Druckkraftmesser. Die Belastung wurde mit Hilfe von einer hydraulischen Presse aufgebracht.

Die Stahlspannungen wurden mit Dehnungsmeßstreifen, die Betonspannungen sowie die Verformungen mit Meßuhren verfolgt. Ebenfalls wurden die vertikalen Verformungen mit einem Nivelliergerät verfolgt. Eine Teilansicht der Meßapparatur ist in Abb. 3 gezeigt.

3. Meßergebnisse

Durch Entwurf verfolgte man einen kritischen Verbundquerschnitt zu erhalten [2]. Da aber der Sicherheitsfaktor der Verbunddübel kleiner als 2,00 war, was dem Dübelzwischenraum der Modelle zuzuschreiben ist,

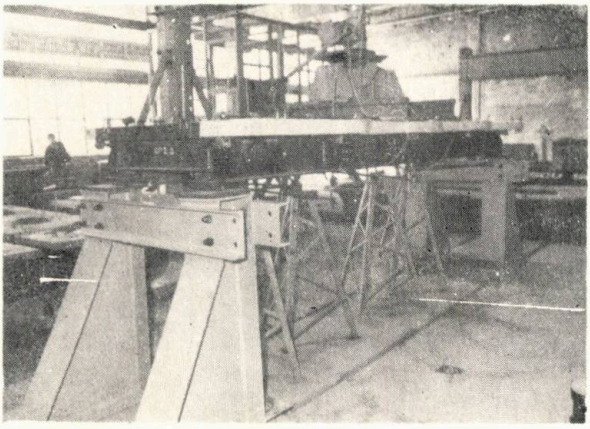


Abb. 2. — Versuchsanordnung für das Modell GP2A.

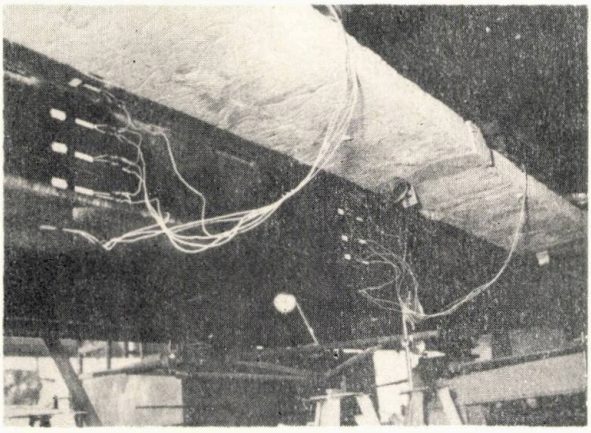


Abb. 3. — Teilansicht eines Modells.

erfolgte der Bruch durch Überschreiten der Dübelkräfte, durch starkes Gleiten der Betonplatte, Rißbildung in der Betonplatte und Versagen der Verbundwirkung. Gleichzeitig, da die Verbundwirkung sehr herabgesetzt wurde, beulte der Steg und der Obergurt in Dübelnähe aus.

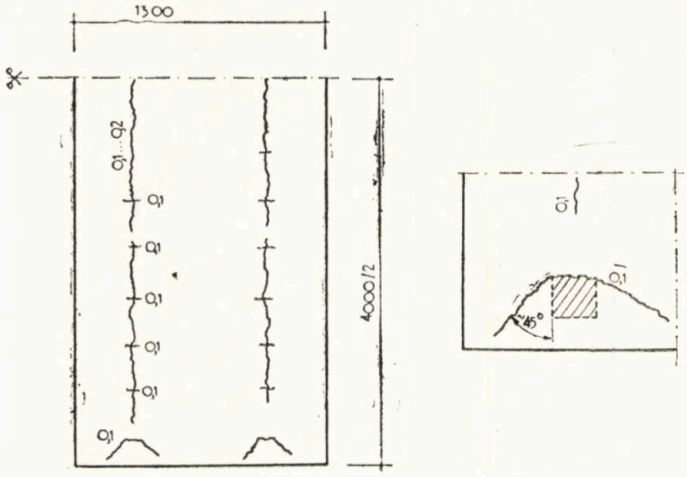


Abb. 4. — Rißbild der vorgefertigten Betonplatten.

Die vorgefertigten Leichtbetonplatten rissen in der Nähe der Verbunddübel und bei den Enddübeln konnte man schräge Riße feststellen. Da die Querbewehrung der Platte zu klein war (0,6%) entstanden auch Längsrisse, die auf das Längsscheren der Platte hinwiesen. Das Rißbild ist in Abb. 4 wiedergegeben; die Rißöffnungen waren zwischen 0,1 ... 0,2 mm.

Der totale Sicherheitsfaktor war 2,00 für das Modell GP1C mit Verbunddübel Typ *C*, 2,15 für das Modell GP2A mit Verbunddübel Typ *A* und 2,30 für das Modell GP3B mit Verbunddübel Typ *B*.

Die Spannungsverteilung im Stahlträger in Trägermitte sind in Abb. 5 wiedergegeben, wobei die ausgezogenen Linien den gemessenen Werten und die unterbrochenen Linien den berechneten Spannungen entspre-

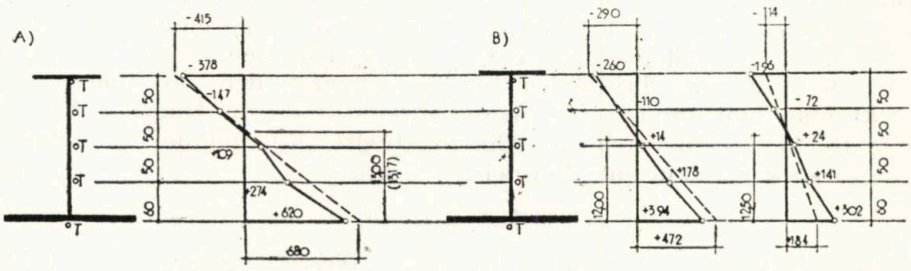


Abb. 5. — Spannungsverteilung im Stahlträger: *A* — Symmetrische Belastung; *B* — Exzentrische Belastung, Spannungsverteilung im mehr belasteten Hauptträger (links) und im weniger belasteten Hauptträger (rechts).

chen. In Abb. 5 *A* wird die Spannungsverteilung für das Modell GP3B für symmetrische Belastung dargestellt. Man kann feststellen daß die gemessenen Werte von den berechneten um rund 9% abweichen, u.z. diese unterschreiten. Der erhaltene Abstand der Nulllinie von der äusseren Untergurtfaser von 13,00 cm weicht von dem berechneten Werte (13,71 cm) nur um 1% ab. Man erhält also eine sehr gute Übereinstimmung mit den

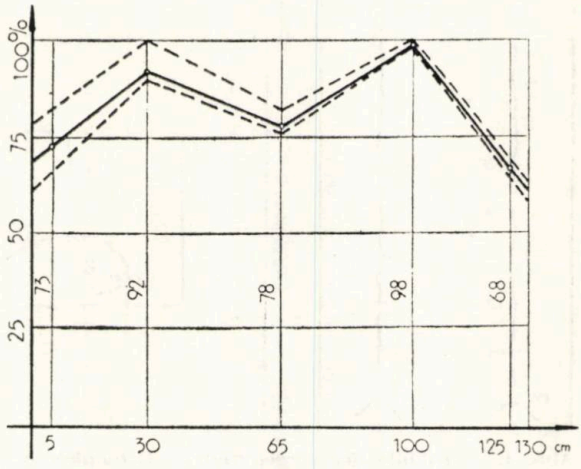


Abb. 6. — Prozentuelle Spannungsverteilung in der Leichtbetonplatte in Querrichtung.

nach [1] berechneten Werten. In Abb. 5 *B* wird die Spannungsverteilung für das Modell GP1C für eine exzentrische Belastung ($e = 150$ mm) dargestellt. Die erhaltenen Werte sind für den mehr belasteten Träger kleiner als die berechneten (links) und für den weniger belasteten Träger größer als die berechneten (rechts); man kann also auf eine Trägerrostwirkung folgern, obwohl es sich nur um zei Hauptträger handelt. Da aber die Verbunddübel elastisch sind (Typ *C*) ist die Verbundwirkung kleiner als die erwartete, sodaß dieser Typ nicht empfohlen wird, was auch der Lage der erhaltenen Nulllinie hervorgeht (Abweichungen rund 8%).

Um die mittragende Plattenbreite zu bestimmen, wurden feste Deformeter mit Meßuhren in fünf Positionen angeordnet. Die prozentuelle Spannungsverteilung in der Leichtbetonplatte im Querschnitt ist in Abb. 6 zu sehen. Die vollausgezogene Linie entspricht den erhaltenen Mittelwerten und die unterbrochenen Linien begrenzen den Variationsbereich. Drückt man laut rumänischer Vorschriften [3] die mittragende Plattenbreite (b) in Abhängigkeit der Obergurtbreite (b_1) und der Plattendicke (h_p) aus, so kann man eine Formel der Form:

$$b = b_1 + \alpha h_p \tag{1}$$

erhalten. Experimentell wurden für die α-Werte Ergebnisse von 6,75... ...7,38 erhalten, sodaß vorgeschlagen wird für Leichtbeton eine mittragende Plattenbreite von:

(2) $$b = b_1 + 7\, h_p.$$

anzunehmen. Man konnte feststellen, daß die mittragende Plattenbreite nicht vom Verbunddübeltyp abhängt, vielmehr ist deren Reduzierung bezüglich von normalem Beton auf das kleinere Elastizitätsmodul des Leichtbetons zurückzuführen. Natürlich können die erhaltenen Resultate quantitativ für die untersuchten Fälle und qualitativ im Allgemeinen angesehen werden. Auf alle Fälle ist man auf der sicheren Seite wenn man für die mittragende Plattenbreite für Leichtbeton die Formel (2) verwendet.

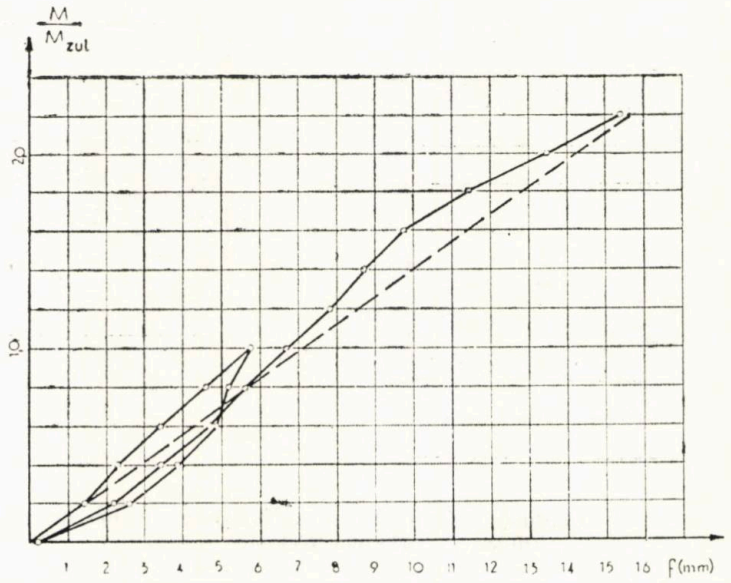


Abb. 7. — Durchbiegung der Haupttäger in Modellmitte.

Die Bestätigung der mittragenden Plattenbreite kann auch aus den Durchbiegungen erhalten werden. In Abb. 7 sind die Durchbiegungen für das Modell GP1C in Abhängigkeit des Verhältnisses $M/M_{zul.}$ angegeben. Man erhielt eine gute Übereinstimmung mit den berechneten Werten (unterbrochene Linie).

In Abb. 8 werden die Durchbiegungen der Hauptträger für exzentrischen Kraftangriff für $e = 150$ mm (links) und für $e = 350$ mm (rechts) für den Mittelquerschnitt ($X = 1{,}95$) und Viertelpunkt ($X = 0{,}95$) veranschaulicht. Die erhaltenen Einflußlinien (ausgezogene Linien) weichen von den berechneten ohne Querverteilung (unterbrochene Linien) ab. Den Meßpunkten (M) auf dem Querträger entsprechen die ausgefüllten Punkte. Es sind die Einflußlinien für die Belastungsstufen 0,2, 0,4 und 0,6 $M/M_{zul.}$ angegeben.

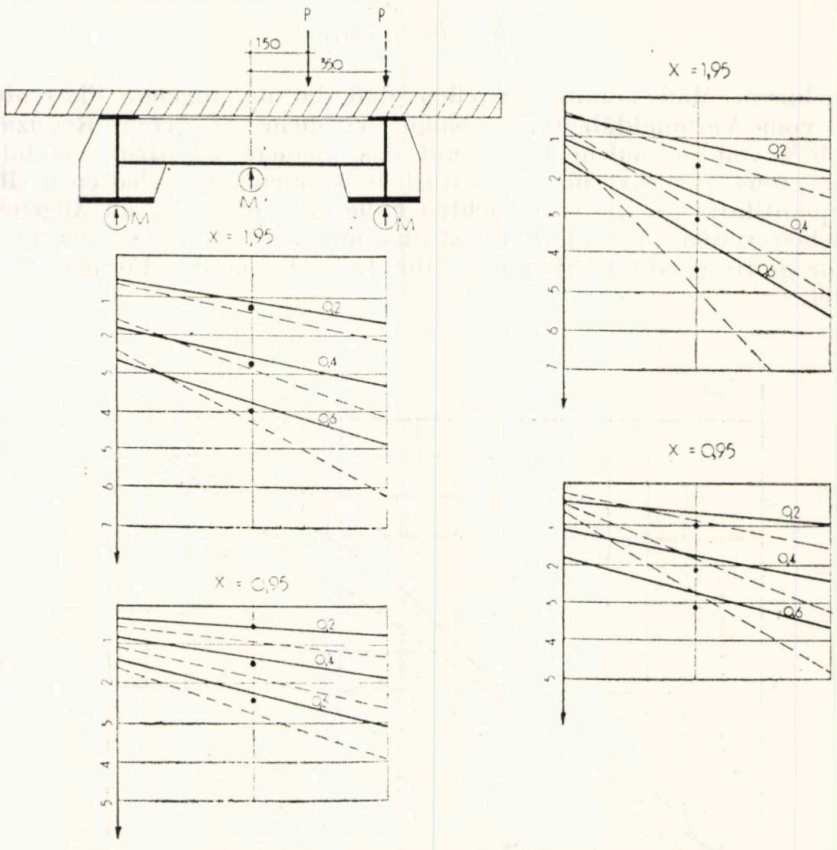


Abb. 8. — Einflußlinien für exzentrische Belastung $e = 150$ mm (links), $e = 350$ mm (rechts).

Bemerkung. Da Versuche auch für Kastenträger ausgeführt wurden, werden die generellen Schlußfolgerungen nach deren Besprechnung angegeben.

Eingegangen am 29. Oktober 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Geotechnik, Gründungen
und Verkehrswege

LITERATURVERZEICHNIS

1. Avram C., Bota V., *Structuri compuse oţel—beton şi beton precomprimat—beton armat.* Ed. Tehn., Buc., 1975.
2. Mühlbächer R., Precupanu D., Ionescu C. D., Varlam F., *Methode für die Bestimmung des Tragmomentes der Verbundträger im Brückenbau.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XX (XXIV)**, *3—4*, s. V, 19—24 (1974).
2. * * * STAS 8 000-67, *Calculul elementelor de beton, beton armat şi beton precomprimat.*

ÎNCERCĂRI PE MODELE MARI DE PODURI MIXTE CU DALĂ DIN BETON UŞOR

(Rezumat)

Se prezintă o parte din rezultatele experimentale obţinute la încercarea a trei modele de poduri mixte pe grinzi principale şi antretoaze metalice cu dale prefabricate din beton uşor cu granulit de Iaşi. Se discută modul de cedare al modelelor, repartiţia eforturilor unitare în oţel, deformaţiile structurilor şi se dau indicaţii pentru determinarea lăţimii de conlucrare a dalei.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.C. 691.3

REVIEW ON SOME APPROACHES OF STRENGTH – DENSITY RELATION IN CONCRETE FROM GAMMA RAY TESTING POINT OF VIEW

BY

PAUL COSMULESCU

1. Introduction

The factors governing the compressive strength of concrete are highly varied, depending on properties of aggregates, cement, water and additives used, mixing and compaction procedure, curing, age at which concrete is tested, etc. In particular the compressive strength of concrete is greatly influenced by the water—cement ratio and the amount of air in the mix. Consequently, the overall density of concrete mix depends upon the relative amounts of the material in the mix and, accordingly, a relation between the strength and the density of a particular concrete mix may therefore be expected.

The non-destructive methods for testing concrete are nowadays preferred on building sites and in precast factories due to their known advantages. The density of concrete can be measured non-destructively using gamma radiation. In order to decide wheter or not the measurement of density could be used to give a reasonably accurate value of the strength of concrete it is necessary to know the sensitivity of the strength of concrete to changes in the density. Also, it is important to recognize [10] that the radioisotope method of testing a concrete specimen does not directly measure its strength which is usually of interest in concrete work.

According to the aim of the paper dealing with non-destructive measurements, a more co nplete understanding of the factors affecting both the strength and the density of concrete is helpful.

2. Survey on Factors Affecting the Strength—Density Relation

2.1. General

It is generally known that many investigators have studied the various factors which affect the density of concrete. An extensive bibliography can be consulted and some quotations consequently given. The most significant among the above mentioned factors were found [8] to be : a) average specific gravity of the aggregates b) air content of the concrete mix ; c) granding of the aggregates for concretes of constant consistences.

Due to the number of parameters affecting the strength of concrete and its density, the following short review was limited to the consideration of two selected variables : size of aggregates and air amount in concrete.

Some opinions of several investigators referring to the strength of concrete are quoted below :

H a n s o n [4] has found that, in general, the structural concrete properties are improved only with a considerable increase in wight.

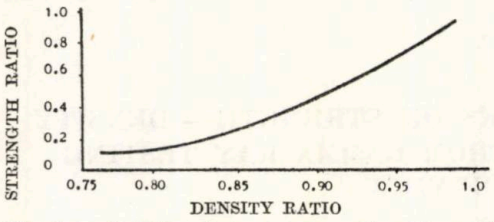


Fig. 1. — Relation between strength ratio and density ratio.

N e v i l l e [7] has pointed out that the strength of no-fines concrete varies generally between 200 and 2 000 psi (1 psi = 6.89 KN/m²), depending mainly on its density.

G l a n v i l l e's investigations show that the strength ratio increases with an increase in density ratio where the strenght and the density ratios of the strenght or density of partially compacted concrete to the strength or density of the same concrete if compacted in standard manner. The slope of the curve (Fig. 1) is much that the density ratio decreased by 1 per cent, at a value of 1.0, the strength ratio would decreases by approximately 8 per cent.

2.2. Effect of Aggregate Granding

As is known the properties of the aggregates influence both the strength and the density of concrete. Studying the influence of aggregate granding on the slope of the strength—density curves, respectively at sel-

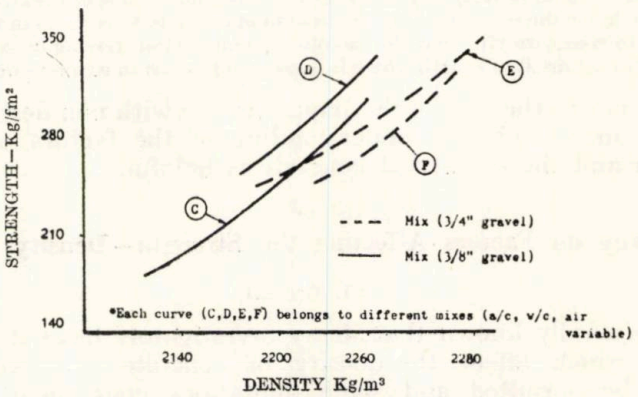


Fig. 2. — Strength vs. density for all mixes [2].

ected densities, some significant results have been obtained. Thus, indications on the sensitivity of the compressive strength are shown [2] and a general trend of increase in the strength with increase in density (Fig. 2) is carried out. The difference in slope between the concretes with 3/8 inch aggregate is small; an 1 per cent error density standard measurement would result in a 7 to 8 per cent error in strength.

2.3. Effect of Air Content

The amount of „natural voids", air normal contains in concrete depends on the granding and the shape of the aggregate, or the water and cement contents and the compacting technique. As it is known [6] air contained in fresh concrete originates from several sources: a) air originally contained between the particles of the aggregates and cement; b) air originally contained inside the particles; c) air originally contained in the water; d) air introduced into concrete in the course of the mixing and placing processes.

The air content practically accepted in ordinary cement concrete is from 0.8% to 2.7%, depending on the above mentioned factors and on the compacting technique.

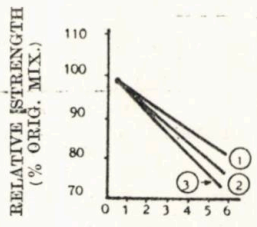


Fig. 3. — The effect of air entraining on average relative compressive strength [6].

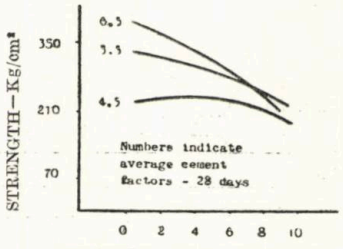


Fig. 4. — Strength vs. percent air at various cement contents [12].

The so-called air entraining agents disperse the air introduced into the concrete and forms a large number of minute isolated „bubbles" spreed through the entire mass of concrete. In determining the change in strength due to a given entrained air content, the conclusions was drawn [6] that the richer the concrete the higher the rate of reduction (Fig. 3). The results obtained pointed out that this reduction amounts from 4.5% per % entrained air.

W a l k e r [12] shows that the strength reduction due to an increase in the amount of entrained air is more pronounced (Fig. 4) in rich mixes (large amounts of cement) than in lean mixes.

It can be concluded that, as in ordinary concrete, the strength of air entrained concrete is a function of the water—cement ratio with A v r a m's strength law, namely, the compressive strength decreases with increasing water—cement ratio irrespective of age and air content.

3. A Relevant Non-destructive Investigation into the Relation Strength—Density of Ordinary Concrete

An experimental research programme (described below) has been carried out showing that density measurements, performed by gamma radiation, can be used to determine with reliability the strength of concrete. The gamma ray method which has been used [2] is wellknown and

has been extensively dealt with in the literature. However, a succint description of the test procedure can be useful.

a) *The concrete specimens* were cast in 6 inch diameter by 12 inch cylindrical steel molds. Some factors were kept constant in preparing concrete specimens and throughout the investigation. The test procedure was broken up considering the maximum size of coarse aggregate used (3/8 and 3/4 inch). The only variable in each mix was the amount of Darex Air-Entraining Agent.

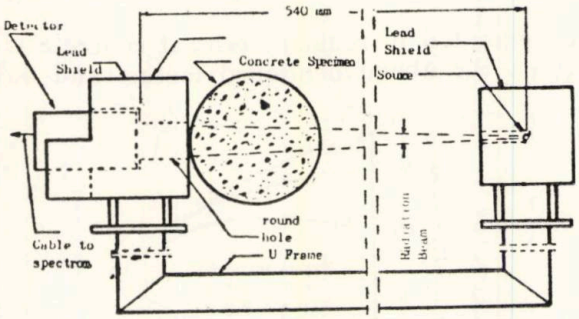


Fig. 5. — Diagram of the apparatus assembly

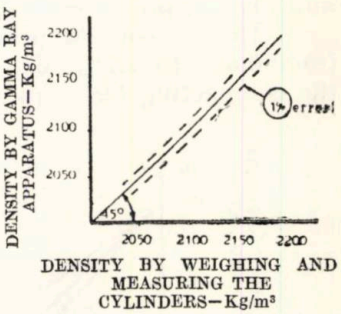


Fig. 6. — Comparison of densities obtained by Gamma ray apparatus with densities obtained by weighing and measuring [2].

b) *The apparatus*, schematic shown in Fig. 5, includes a source 5 mCi of Cesium-137 and associated electronic system. The concrete specimen has been placed between source and gamma radiation detector.

c) *Calibration* was performed on slabs of aluminium, glass and lucite. The statistical nature of source decay, the chemical composition of the concrete mix, spatial resolution of apparatus and geometry has been considered.

In fig. 6 a comparison of densities obtained by gamma ray and weighing methods is shown.

4. Discussion

The comments on these investigations [2] are summarized below:

1° The density of concrete was obtained non-destructively using gamma radiation with accuracy of better than 1 per cent.

2° The slope of the strength–density curve (s. Fig. 2) indicates that, for a given mix, a 1 per cent error in density measurement would give rise to an error of 8 per cent for any concrete in the range tested.

3° The relation between the compressive strength and density for a given concrete mix can be used to predict the stregth of concrete when a small variation in the water–cement ratio was occured.

The non-destructive techniques can be become suitable tools in order to establish the standard deviations for statistical procedures to quality control of concrete.

The information obtained by experimental and theoretical results are of particular interest in applications of gamma ray measurements contributing to the understanding of the possibilities and limits of these methods.

5. Conclusion

The density of concrete in a structure can be measured non-destructively, with reliability, using gamma radiation. For a given mix and under known curing conditions the compressive strength of concrete could be inferred from the value of the density obtained. Accuracy of 1 per cent in density measurement can easily be obtained by gamma ray method.

Acknowledgements. The author feels a pleasant duty to thanking to all authors mentioned n the reference for providing the basic material utilised in the paper.

Received, March 17, 1975

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Civil Engineering

REFERENCES

1. Cosmulescu P., *Comments on the Possibilities and Perspectives in NDT in Civil Engineering.* Proc. of the 3-rd World Congress Eng. and Arch., Tel Aviv, Israel, 1973.
2. Espino E. I., *An Investigation into the Relation between the Strength and Density of Normal Concrete.* Univ. Illinois, Urbana, 1966.
3. Focșa V., Cosmulescu P., *Analiza dinamicii umidității și greutății volumetrice a argilei utilizate în industria ceramicii, cu ajutorul metodelor radiometrice.* Rev. Materiale de Construcții, *3*, 2 (1972).
4. Hanson J. A., *Replacement of Lightweight Fines with Natural Sand in Structural Concrete.* ACI. J. Proc., **61**, 779 (1964).
5. Jones R., Făcăoaru I., *Încercarea nedistructivă a betonului.* Ed. Tehn., Buc., 334, 1971.
6. Karni J., *Air-Entraining Concrete in Hot Countries.* Proc. Intern. RILEM Symp. on Concrete and Reinforced in Hot Countries, Haifa, Israel, August, 2—5, 1971.
7. Neville A. M., *Properties of Concrete.* J. Wiley a. Sons. Inc., New York, 1963, 216, 223.
8. Popovics S., *What should an Engineer know about Nature of Admixture.* Concrete J. of the Concrete Soc., **2**, *7* (1968).
9. Preiss K., *Measuring Concrete Density by Gamma Ray Transmission.* Materials Research Standard, **5**, *6* (1964).
10. Preiss K., *Checking of Cast in Place Concrete Piles by Nuclear Radiations Methods.* Br. J. NDT, **13**, *3* (1971).
11. Talbot A. N., Richart F. E., *The Strength of Concrete in Relation to the Cement, Aggregates and Water.* Univ. of Illinois, Eng. Exp. Station Bull. No. *137* (1923).
12. Walker S., Bloem D. L., *Studies of Concrete Containing Entrained Air.* Jour. ACI, **17**, *6* (1946).

UNELE ASPECTE PRIVIND RELAȚIA REZISTENȚĂ — DENSITATE A BETONULUI, DIN PUNCT DE VEDERE AL ÎNCERCĂRII NEDISTRUCTIVE CU RADIAȚII GAMA

(Rezumat)

Relația dintre rezistența la compresiune și densitatea betonului este în atenția multor cercetători. Un caz particular al acestei probleme poate fi considerat atunci cînd determinarea densității betonului se efectuează cu metode nedistructive.

Se prezintă unele aspecte specifice privind elemente determinante, referitoare la interdependența dintre rezistența la compresiune și densitate tratată din punct de vedere al încercării nedistructive cu radiații gama a betonului precum și unele realizări obținute în acest domeniu.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 625.1

CURBE POLINOMIALE DE RACORDARE LA CALEA FERATĂ

DE

C. ANTON, DORIN CIUMAȘU și ANDREI THUDT

1. Una din chestiunile importante, care își păstrează actualitatea atît timp cît există necesitatea sporirii vitezelor de circulație pe actualele trasee de cale ferată, o constituie rezolvarea problemei circulației vehiculelor în curbă. Această preocupare își găsește justificare dacă se ia în considerație faptul că mai bine de 30 % din lungimea totală a traseelor de cale ferată este situată în curbă.

Nu este în intenția noastră de a relua întreaga teorie a curbelor de racordare, cu consecințele ei asupra elementelor mișcării. Sînt cunoscute cîteva tipuri de curbe de racordare experimentate cu rezultate satisfăcătoare, pentru vitezele de circulație actuale sau pentru viteze mari. Fără a nega faptul că se dispune de o teorie aproape complet constituită a curbelor de racordare, ne propunem să prezentăm o soluție analitică a problemei studiate care ar putea servi viitoarei dezvoltări a acestei teorii.

2. Plecînd de la condiții deja cunoscute ne propunem să determinăm o curbă de racordare (γ), de lungime $2a$, de-a lungul căreia curbura $\varkappa$ să aibă o variație continuă de la valoarea $C(-a) = 0$, în punctul AR, la valoarea $C(a) = 1/R = b$, în punctul RC. Pentru o curbă oarecare de acest gen, variația curburii va avea alura din fig. 1. Cel mai simplu caz și totodată cel mai comod de tratat matematic ar fi acela al curbei de-a lungul căreia curbura are o variație liniară (fig. 2).

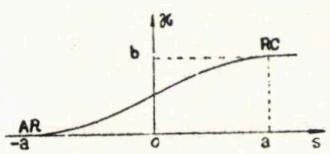


Fig. 1

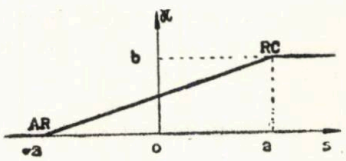


Fig. 2

Acest caz îl vom considera în cele ce urmează drept cazul 1. Cunoscînd, pînă la un anumit grad, legătura ce există între derivatele de diferite ordine ale curbei de racordare și elementele mișcării, se poate afirma că la realizarea unei forme corespunzătoare a acesteia concură toate derivatele funcției, $\varkappa'(s)$, $\varkappa''(s)$, $\varkappa'''(s)$, ... , care vor trebui luate în considerare.

Pentru cazul general funcția $\varkappa'(s)$ va avea graficul din fig. 3. Se poate face observația că din considerații intuitive aceste grafice trebuie să fie simetrice. Cea mai simplă funcție $\varkappa'(s)$ va fi aceea din fig. 4, pe care o vom considera drept cazul 2.

Graficul funcţiei $\varkappa''(s)$ va avea forma din fig. 5, care simplificat la o linie poligonală (fig. 6), îl vom considera drept cazul 3.

Continuînd cu graficul funcţiei $\varkappa'''(s)$ se poate arăta că are forma din fig. 7, aproximat prin linia poligonală din fig. 8.

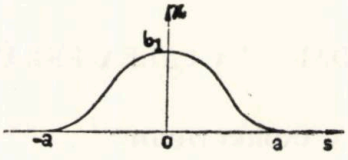


Fig. 3

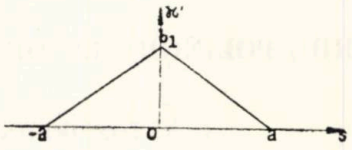


Fig. 4

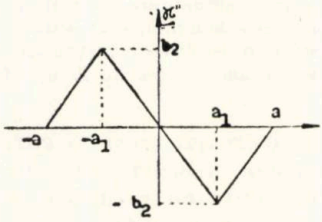


Fig. 5

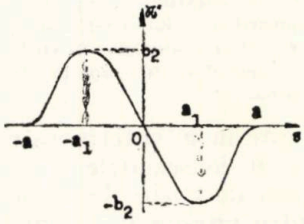


Fig. 6

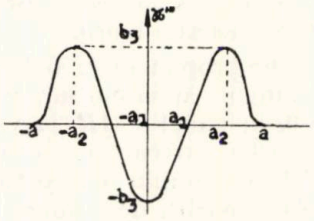


Fig. 7

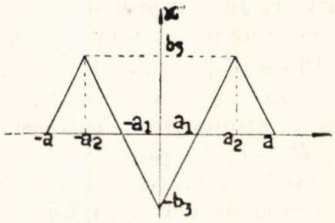


Fig. 8

Se poate continua astfel, pornind de la aproximarea funcţiei $\varkappa'''(s)$ cu o linie poligonală, pentru a obţine curba de racordare (γ), exprimată prin polinoame de grad din ce în ce mai înalt, care va satisface tot mai numeroase condiţii, fiind din ce în ce mai netedă.

3. În acest paragraf se vor studia cîteva dintre cazurile particulare 1, 2 şi 3.

C a z u l 1. Se presupune că pe traseul curbei de racordare (γ) curbura are o variaţie liniară (fig. 2). Aceasta înseamnă, conform relaţiilor, că :

$$\varkappa = \frac{b}{2a}(s + a) \qquad \text{pentru } s \in (-a,\ a).$$

Cunoscînd curbura, se poate determina expresia curbei de racordare (γ) prin integrări succesive, anume :

$$\varphi = \int_{-a}^{s} \varkappa(s)\, ds = \frac{b}{4a}(s + a)^2.$$

Pentru valori mici ale unghiului φ, $\sin \varphi \approx \varphi$ și $\cos \varphi \approx 1$.
Folosind relațiile

$$X = \int_{-a}^{s} \cos \varphi(s)\, ds \quad \text{și} \quad Y = \int_{-a}^{s} \sin \varphi(s)\, ds$$

se poate determina expresia analitică a curbei de racordare

$$Y = \int_{-a}^{s} \left[\frac{b}{4a} (s + a)^2 \right] ds = \frac{b}{12a} (s + a)^3.$$

Pentru $b = 1/R$ și o lungime a curbei $L = 2a$ se obține expresia parabolei de gradul 3 cunoscută în practica căilor ferate:

$$Y = \frac{x^3}{6LR}.$$

Cazul 2. Admițînd pentru derivata curburii $\varkappa$ o variație poligonală de tipul reprezentat în fig. 4 rezultă:

$$\varkappa' = \begin{cases} \dfrac{b_1}{a}(s + a), \text{ pentru } s \in (-a, 0); \\ \dfrac{-b_1}{a}(s - a) \text{ pentru } s \in (0, a). \end{cases}$$

Prin integrări succesive, determinînd valoarea b_1 din condiția ca $\varkappa(a) = b$, se obțin expresiile curbei de racordare pentru cele două intervale:

$$Y = \begin{cases} \dfrac{b}{24a^2}(s + a)^4, \text{ pentru } s \in (-a, 0); \\ \dfrac{b}{24a^2}(a^4 + 4a^3 s + 6a^2 s^2 + 4as^3 - s^4), \text{ pentru } s \in (0, a). \end{cases}$$

Cazul 3. Considerînd, în acest caz, graficul funcției $\varkappa''(s)$ reprezentat în fig. 6, scriind expresiile funcției $\varkappa''(s)$ pe intervalele $(-a, -a_1)$, $(-a_1, a_1)$ și (a_1, a) și determinînd valorile a_1 și b_2 din condiția $\varkappa(a) = b$ rezultă, prin integrări succesive, expresiile analitice ale curbei de racordare pentru cele trei intervale:

$$Y = \begin{cases} \dfrac{b}{30a^3}(s - a)^5, \text{ pentru } s \in \left(-a, -\dfrac{a}{2}\right); \\ \dfrac{b}{960a^3}(30a^5 + 140a^4 s + 240a^3 s^2 + 160a^2 s^3 + 32s^5), \text{ pentru } s \in \left(-\dfrac{a}{2}, \dfrac{a}{2}\right); \\ \dfrac{b}{960a^3}(28a^5 + 160a^4 s + 160a^3 s^2 + 320a_2 s_3 - 160as^4 + 32s^5), \text{pentru } s \in \left(\dfrac{a}{2}, a\right). \end{cases}$$

Dacă se fac substituțiile $b = 1/R$ și $a = L/2$ se obține pentru cele trei cazuri:

Cazul 1.

$$Y = \frac{1}{6RL}\left(s + \frac{L}{2}\right)^3, \text{ pentru } s \in (-a,\ a).$$

Cazul 2.

$$Y = \begin{cases} \dfrac{1}{6RL^2}\left(s + \dfrac{L}{2}\right)^4, \text{ pentru } s \in (-a,\ 0); \\ \dfrac{1}{6RL^2}\left(\dfrac{L^4}{16} + \dfrac{L^3}{2}s + \dfrac{2}{3}L^2s^2 + 2Ls^3 - s^4\right), \text{ pentru } s \in (-0,\ a). \end{cases}$$

Cazul 3.

$$Y = \begin{cases} \dfrac{4}{15RL^3}\left(s + \dfrac{L}{2}\right)^5, \text{ pentru } s \in \left(-a,\ -\dfrac{a}{2}\right), \\ \dfrac{1}{120RL^3}\left(\dfrac{15}{16}L^5 + \dfrac{140}{16}L^4s + 30L^3s^2 + 40L^2s^3 - 32s^5\right) \text{ pentru } s \in \left(-\dfrac{a}{2}, \dfrac{a}{2}\right); \\ \dfrac{1}{120RL^3}\left(\dfrac{7}{8}L^4 + 10L^4s + 20L^3s^2 + 80L^2s^3 - 80Ls^4 + 32s^5\right), \text{pentru } s \in \left(\dfrac{a}{2},\ a\right). \end{cases}$$

Considerînd cazul unei curbe de rază $R = 1\,000$ m și o lungime a curbei de racordare $L = 100$ m, rezultă ordonatele de trasare pentru cele trei cazuri indicate în tabelul 1.

Tabelul 1

s [m] / y [cm]	0	12,5	25,0	37,5	50	62,5	75	87,5	100
Caz 1	0	0,325	2,604	8,788	20,83	40,68	70,30	111,6	166,59
Caz 2	0	0,040	0,650	3,295	10,41	25,33	51,35	91,16	146,25
Caz 3	0	0,081	0,260	1,960	7,812	21,40	46,60	85,90	140,58

Se observă diminuarea ordonatelor la începutul curbei odată cu gradul polinoamelor. Dacă la calea pe traverse și prismă de balast aceste curbe sînt mai greu de realizat, ele se impun în cazul șinelor montate pe plăci de beton, pe poduri sau pe căi suspendate pe stîlpi.

Primită la 27 aprilie 1976

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de geotehnică, fundații și căi de comunicații

COURBES DE RACCORDEMENT POLYNÔMIALES UTILISÉES DANS LES CHEMINS DE FER

(Résumé)

On propose une méthode basée sur l'utilisation des courbes polynômiales, pour la détermination des courbes de raccordement utilisées dans les chemins de fer.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

D.C. 624.05

QUEUEING MODELS IN CONSTRUCTION

BY

DANIEL W. HALPIN

1. Markovian Models

Markovian models are helpful in representing various situations in which a system moves from state to state based on a set of transition probabilities. H o w a r d [2] has presented a very clear characterization of the action of a Markovian process : „A graphic exemple of a Markov process is presented by a frog in a lily pond. As time goes by, the frog jumps from one lily pad to another according to his whim of the moment. The state of the system is the number of the pad currently occupied by the frog ; the state transition is, of course, his leap".

In particular, Markovian concepts are helpful in analyzing queueing situations.

When the graphical Markovian model is properly defined, the process of writing the equations of state for the corresponding queuing model reduces to balancing the incoming and outgoing links. At any time t, the probability of being in S_i is specified as P_i. Therefore, at t there is a probability P_n of being in state n (S_n). There are several ways that the system can be in S_n following a short interval Δt (i.e. at $t + \Delta t$) as follows :

1° The system is in S_n at t and no arrivals occur and no departures occur during Δt.

2° The system is in S_n at t and one arrival occurs and one departure occurs.

3° The system is in S_{n+1} at t and one arrival occurs during Δt.

4° The system is in S_{n-1} at t and one arrival occurs during Δt.

The first two cases cover the possibility of starting in a state n (S_n) and ending in that state (S_n). That is, the transition probability of starting in S_n and remaining in S_n is

$$T_{nn} = Pr \text{ (No arrivals)} \times Pr \text{ (No services)} + \\ + Pr \text{ (1 arrival)} \times Pr \text{ (1 service)}. \tag{1}$$

In case 3°, the transition probability of starting in a higher state $(n + 1)$, and dropping down to S_n during Δt is given as

$$T_{(n+1)n} = Pr \text{ (No arrivals)} \times Pr \text{ (1 service)}. \tag{2}$$

Case 4° specifies the transition probability of starting in a lower state $(n-1)$ and moving up to S_n during Δt as

$$T_{(n-1)n} = Pr \text{ (1 arrival)} \times Pr \text{ (No service)}. \tag{3}$$

In general, the probability of being in state P_n at $t + \Delta t$ is given as

$$P_n(t + \Delta t) = P_n T_{nn} + P_{n+1} T_{(n+1)n} + P_{(n-1)} T_{(n-1)n}. \tag{4}$$

If $n = 3$, for instance,

$$P_3(t + \Delta t) = P_3 T_{33} + P_4 T_{43} + P_2 T_{23}. \tag{5}$$

2. Finite Population Queueing Models

Finite population queueing models are of interest in construction since in many situation a finite number of resources (e.g. a fleet of trucks, a crew of masons, etc.) are served by one or more resources in a cyclic fashion. This recycling of served units leads to a finite population model. For finite population systems with exponentially distributed arrival and service times, the Markovian graphical model can also be used.

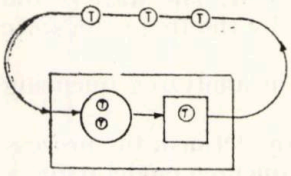


Fig. 1. — A Finite System.

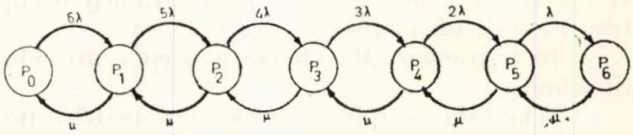


Fig. 2. — Markov Model for Finite System (M=6.)

The arrival transition probabilities must reflect the fact that the arrival rate is a function of the number of units outside of the system. That is, the rate of arrivals is proportional to the number of units which are external to the system and therefore in a mode which allows them to arrive. In the system shown in Fig. 1, three units are outside of the system and three are inside the system. The three units within the system cannot effect the arrival rate since they are not in a mode in which they can arrive.

In this case, the arrival rate λ, which is the reciprocal of the average arrival time for one truck $1/T_{\text{arrival (one truck)}}$ [1] must be multiplied by 3 to indicate the proportionality dependent upon the number of trucks outside of the system. Therefore, the arrival rate of the system as shown is 3λ. If 5 trucks are on the back cycle, the arrival rate is 5λ. In general, the arrival rate of units entering the system is $(M - i)\lambda$, where : M — no. of units in the finite population, i — no. of units within the system, $\lambda = 1/T_{av}$, where T_{av} is the average time a unit stays outside of the system.

[1] The arrival time, T_{arrival}, in this situation, is equal to the average „back cycle" time of a single truck. This is the average time a unit stays outside of the system.

A Markovian model of a 6 truck system is shown in Fig. 2. The state probabilities, P_i, have been associated with the state circles and the arcs represent the transition probabilities between states. The arrival rates have been modified to indicate the effect of units outside the system of any state. Therefore, the probability of a unit arrival within t when the system is in S_0 is 6λ. The comparable probability of a unit arrival when in S_5 is λ. The transit probability $S_{n+1} \rightarrow S_n$ remains equal to μ. Using the method of equating inflows and outflows at each state node, $M+1$ or seven equations can be written. The equations written at each node in the model are as follows:

Node	*Flow Out*	=	*Flow In*
0 (S_0)	$6\lambda P_0$	=	μP_1,
1 (S_1)	$(5\lambda + \mu)P_1$	=	$6\lambda P_0 + \mu P_2$,
2 (S_2)	$(4\lambda + \mu)P_2$	=	$5\lambda P_1 + \mu P_3$,
3 (S_3)	$(3\lambda + \mu)P_3$	=	$4\lambda P_2 + \mu P_4$,
4 (S_4)	$(2\lambda + \mu)P_4$	=	$3\lambda P_3 + \mu P_5$,
5 (S_5)	$(\lambda + \mu)P_5$	=	$2\lambda P_4 + \mu P_6$,
6 (S_6)	μP_6	=	λP_5.

It is possible to solve for the productivity of a finite queueing model such as the shovel truck system, by determining the probability that no units are in the system, P_0. Having determined P_0, the probability that units are in the system is $(1 - P_0)$ and this establishes the expected percent of the time the system is busy (i.e. productive). The production of the system is defined as:

$$\text{Prod.} = L\,(1 - P_0)\,\mu C = L\,(P.I.)\,\mu C, \tag{6}$$

where: μ — the processor rate (e.g. loads per hour), C — capacity of the unit loaded, L — period of time considered, $P.I.$ — Productivity Index (i.e. the % of the time the system contains units which are loading).

If, for instance, the $P.I.$ (productivity index) is .65, the μ value is 30 loads per hour, and the L value is 1.5 hours, and the hauler capacity is 15 cubic yards, the Production value is

$$\text{Prod.} = 1.5(.65)\,(30)\,(15) = 438.75 \text{ C.Y./hour.}$$

The value of P_0 can be determined by writing the equation of state for the system and solving for the values of P_i, $(i = 0, \ldots, M)$.

In addition to these equations, all state probabilities must sum to 1.0 and therefore the additional equation

$$\sum_{i=0}^{M} P_i = 1.0$$

is available. Since one of the node equations is redundant, this equation is substituted providing the 7 th equation required for solution of the P_i values, $(i = 0, \ldots, 6)$. Solving these equations in terms of P_0, the following values of the state probabilities result:

$$P_0 = 0.0121,\ P_1 = 0.0363,\ P_2 = 0.0906,\ P_3 = 0.1813,\ P_4 = 0.2719,\ P_5 = 0.2719,\ P_6 = 0.1359.$$

The production of the system can be calculated using equation (6). Assuming $\lambda = 6$ and $\mu = 12$ the production becomes

$$\text{Prod.} = L(1 - P_0)\,\mu C = 1.5\,(1 - 0.0121)\,(12)\,(15) = 266.73,$$

where $L = 1.5$ and $C = 15$.

The general form of the solution for a finite system consisting of M units with exponentially distributed arrival and service times is as follows :

$$(7) \qquad P_0 = \left[\sum_{i=0}^{M} \frac{M!}{(M-i)!} \cdot \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i\right]^{-1}, \quad P_i = \frac{M!}{(M-i)!}\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^i P_0,$$

$$(8) \qquad \bar{N} = \sum_{i=0}^{M} P_i X_i,$$

where : N — mean number of units in the system, P_i — the probability of state i, X_i — number of units in the system state associated with P_i.

Based on the information calculated above, the mean number of trucks is

X_i	P_i	P_iX_i
0	0.0121	0
1	0.0363	.0363
2	0.0906	.1812
3	0.1813	.5439
4	0.2719	1.0876
5	0.2719	1.3596
6	0.1359	.8154
		$\bar{N} = 4.024$

In a similar manner the average queue length can be calculated using the expression

$$\bar{Q} = \sum_{i=1}^{M} P_i\,(X_i - 1),$$

where $\bar{Q}$ — mean number of trucks in the queue.

This expression reflects that in a single server system, if one or more units are in the system at a given time, one of them is being processed. Therefore, the number of units in the queue is $(X_i - 1)$.

Using this formulation, the mean number of trucks in the queue for the six truck system is :

X_i	P_i	$(X_i - 1)$	$P_i(X_i - 1)$
1	0.0363	0	0
2	0.0906	1	0.0906
3	0.1813	2	0.3626
4	0.2719	3	0.8157
5	0.2719	4	1.0876
6	0.1359	5	0.6795
			$\bar{Q} = 3.036$

Information regarding the percent of the time more than n units $(n < M)$ are in the system or the queue can be calculated by summing the appropriate sub-components of the above expressions.

3. Finite Models with Storage

Often in construction processes it is advantageous to store the productivity of the server, so that the server need not be idle while transit units are not available for service. This storage of effort allows a faster service rate when transit units do become available. The classical example of this in construction is the hopper used in earth moving operations[2]). In fact, most storage towers or hoppers can be viewed as queueing models in which the server's productivity is stored. In the earthmoving situation, a loader lifts material into a storage tower until the capacity of the tower is reached. Upon the arrival of a truck unit, the material is released from the tower at an accelerated rate. Similar situations arise in concrete batching and transportation as well as in masonry operations. Moreover, any construction process in which the effort of one resource is stored temporarily pending its transfer can potentially be modeled as a hopper type situation.

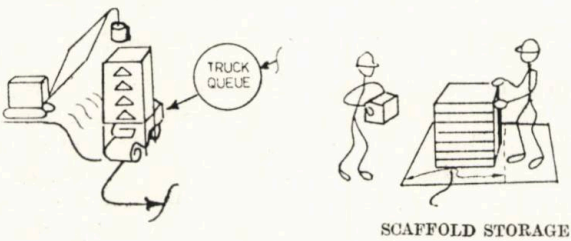


Fig. 3. — Typical Storage Systems.

Again, it is helpful in analyzing a system with storage to develop the system states. Two parameters are used to define the state of a system which includes a hopper. The number of units in the system is still of interest and must be defined. In addition, the number of loads or services in the hopper must also be considered. Therefore, the state is defined as S_{ij}, where: i—number of transit units in the system, j — number of service loads in the storage. The parameter i has the range of integer values from 0 to M, where M is the number of transit units defined. The parameter j has the range of integer values from 0 to H, where H is the capacity of the storage in service loads. Some typical hopper situations are shown in Fig. 3.

In the first instance a tower with a capacity of four truck loads is used ($H = 4$). Therefore, the range of j is (0,4). In the second example, brick packets are stored on a scaffold. The space on the scaffold for stacking brick acts as a hopper in storing the effort of the labor resupplying bricks. In this case (as shown), the space available allows storage of six packets and therefore the hopper capacity is 7, ($H = 7$).

Consider a system in which six trucks are serviced by one loader. This loader can either serve them directly (i.e. drop material directly through

[2]) Because of this fact, storage systems in construction are commonly referred to as hopper systems.

the hopper into the truck bay) or can store loads in a hopper tower. Assume the capacity of the tower is 2 loads ($H = 2$). The symbols for arrival and server rates are λ and μ. The accelerated rate of loading afforded by the hopper is γ. The distribution of all times are described by the parameters $1/\lambda$, $1/\mu$, $1/\gamma$ and are all exponential. The number of states or „lily pads" between which this system transits is defined as $(H + 1)(M + 1) = 21$. A Markovian model is used in developing the state equation S for this hopper system. The Markovian model of a hopper system with $M = 6$ and $H = 2$ is shown in Fig. 4.

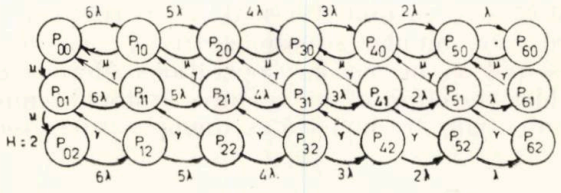


Fig. 4. — Hopper System Markovian Model.

The addition of the j parameter makes this model more complex. The highest row of the model is identical to the single server model shown in Fig. 2 since when the hopper is empty ($j = 0$), the system is in fact a single server system. However, when there are no trucks in the system ($i = 0$), the loader loads the hopper (rate = μ). Therefore, the arc representing a load of the hopper at rate μ, links P_{00} and P_{01}. Additionally, truck arrivals when situation is in state P_{01} cause jumps to the right down the second row of states (S_{i1}, ($i = 0, \ldots, 6$)). Should no truck arrive in a small Δt, the system can transit up to P_{02} following an additional load which fills the hopper to capacity. Once the system has arrived in any of the states in the middle or bottom rows, the loading of trucks is accomplished using the hopper. Therefore, the rate of loading is γ and the system transits from S_i to $S_{i-1, j-1}$. In other words up and to the left as shown in Fig. 4.

The equations of state are written again by equating in flows and out flows at each node. This leads to 21 equations one of which is redundant. The 21 state probabilites are calculated using 20 node equations and the equation summing probabilities to 1.0. The expression for production of the hopper system is given as :

$$\text{Production} = \left\{ \mu \left(\sum_{i=1}^{M} P_{i0} \right) + \gamma \left(\sum_{j=1}^{H} \sum_{i=1}^{M} P_{ij} \right) \right\} CL. \tag{10}$$

This expression reflects the fact that production occurs by loading out of states causing a downshift in i. Downshifts occur in the top row rate μ. In the other rows the rate of downshift and therefore production is γ.

Fortunately, nomographs are available which allow determination of the productivity index for hopper systems. These charts use the utilization factors λ/γ, and the μ/γ factor to determine the $P.I.$ The expression for production using these charts is :

$$\text{Production} = (P.I.)\, \gamma\, CL.$$

The nomograph for a system with $H = 2$ and $M = 6$ is shown in Fig. 5.

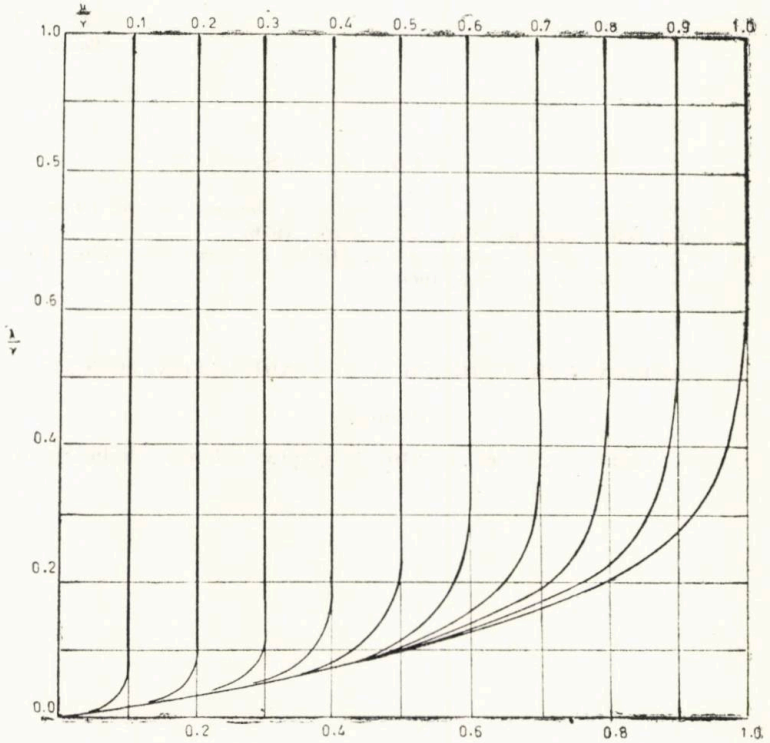


Fig. 5. — Nomograph for a system with $H = 2$ and $M = 6$.

Assuming $\gamma = 24$, and the same λ and μ values used previously ($\mu = 12$, $\lambda = 6$), Fig. 5, gives a $P.I. = 0.5$. Therefore system production is calculated as :

$$\text{Production} = (0.5)\,(24)\,(15)\,(1.5) = 270 \text{ units.}$$

This indicates that the hopper does add a small amount of production to the single server without hopper. However, since the utilization factor of the loader is already high, the production increase using the hopper is not great.

4. Conclusion

The concepts of unit flows and storage, system states, delays and processing are fundamental both to queueing systems and to the modeling of the more complex dynamics of construction processes. These concepts can be introduced by considering some basic types of queueing models presented

within the content of construction processes. Having developed a framework for considering processing and delay situations, the basic elements of a more relevant construction modeling environment can be defined.

Received, March 13, 1976

Institute of Technology,
Atlanta, Georgia,
USA

REFERENCES

1. Halpin D. W., Woodhead R. W., *Design of Construction and Process Operations* John Wiley a. Sons, Inc., New York, 1976.
2. Howard R. A., *Dynamic Programming and Markov Processes.* Technology Press of Mass. Inst. of Techn., Cambridge, 1960.

MODELĂRI PRIN FIRE DE AŞTEPTARE ÎN CONSTRUCŢII

(Rezumat)

Se elaborează modele markoviene prin fire de aşteptare interesînd industria construcţiilor

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.Z. 691.3 : 691.1

UTILIZAREA ECONOMICĂ A UNOR DEŞEURI PROVENITE DIN INDUSTRIA METALURGICĂ, PENTRU CONFECŢIONAREA BETOANELOR ASFALTICE

DE

ZAHARIE SALINIUC

1. Introducere

În alcătuirea betoanelor asfaltice filerul îndeplineşte o serie de atribuţii, de la completarea granulozităţii agregatului mineral pînă la modificarea proprietăţilor lianţilor bituminoşi şi, în final. chiar a comportării mixturii asfaltice la diferite solicitări [1], [3], [4].

Aceste motive au condus la ideea alcătuirii unor mixturi asfaltice cu o serie de înlocuitori ai filerului de calcar sau de var stins în pulbere, în vederea obţinerii de mixturi asfaltice cu caracteristici îmbunătăţite, propice utilizării lor pentru anumite scopuri sau în anumite condiţii climatice.

Au fost cercetate, pentru a fi utilizate ca înlocuitori de filer, unele deşeuri industriale provenite de la Întreprinderea metalurgică, Iaşi, cum ar fi oxizii de fier de laminare rezultaţi în urma procesului de coroziune şi şlamul de la decaparea laminatelor de oţel cu soluţie de acid sulfuric de 25%.

În urma unui număr de încercări preliminare s-a ajuns la concluzia că oxizii de fier de laminare nu pot fi utilizaţi ca înlocuitor de filer, pe de o parte datorită dificultăţilor întîmpinate la degresarea lor, iar pe de altă parte datorită caracteristicilor mecanice necorespunzătoare ale mixturilor confecţionate cu astfel de filer.

Şlamul, rezultat în urma neutralizării băii de la decaparea laminatelor de oţel, de culoare verde închis, este compus din hidroxid feros, hidroxid feric şi sulfat de calciu. Prin uscare (oxidare) hidroxidul feros trece mai întîi în hidroxidul feric, apoi în oxid feros şi în final în oxid feric. Materialul rezultat, compus din oxid feric şi sulfat de calciu, este de culoare portocaliu spre brun. Fărîmiţarea şlamului şi transformarea lui în pulbere se face uşor, prezentînd o mare fineţe — 95,2 % trecut prin sita cu ochiul de 0,071 mm.

Tabelul 1

Granulozitatea materialelor folosite

Nr. crt.	Materialul	Dimensiunea ochiului ciurului (sitei), [mm]										
		16	10	8	5	3,15	1	0,5	0,315	0,2	0,1	0,071
		Trecut, [% din greutate]										
1	Criblură 8/16 mm	96,82	54,07	19,07	5,97	2,08	1,02	0,91	0,72	0,69	0,45	0,42
2	Criblură 3/8 mm	—	—	94,48	78,28	49,38	26,38	17,73	9,93	9,23	4,43	4,28
3	Nisip de concasaj 0/3 mm	—	—	—	96,57	88,97	56,37	37,77	21,27	19,53	10,13	9,81
4	Nisip natural	—	—	—	94,68	85,28	75,18	64,08	20,88	18,27	4,57	4,35
5	Filer de calcar (Murfatlar)	—	—	—	—	—	99,00	96,20	91,20	90,50	89,50	89,00
6	Filer de șlam	—	—	—	—	—	99,30	98,80	97,80	97,70	95,70	95,20

2. Alegerea materialelor și stabilirea rețetelor

În laborator s-a preparat filer din șlamul procurat de la Întreprinderea metalurgică, Iași, prin uscarea și apoi fărîmițarea acestuia. Analiza chimică a șlamului a arătat că raportul între cationii de Fe și Ca este 1/0,7, ceea ce denotă că șlamul analizat este format din circa 58,8% Fe_2O_3 și 41,2% $CaSO_4$.

Celelalte materiale utilizate sînt cele folosite curent de întreprinderile de drumuri ieșene, adică cribluri sorturile 8/16, 3/8 și nisip de concasaj 0/3 mm, provenite din cariera Chileni, nisip natural de Siret și filer de calcar de Murfatlar.

Cu aceste materiale (tabelul 1) s-a confecționat beton asfaltic cu agregat mărunt sărac în criblură.

Pentru comparare s-au preparat probe martor confecționate cu filer de calcar și în prealabil probe din mixturi în care s-au utilizat diferite raporturi între procentul de filer de calcar și procentul de filer de șlam (tabelul 2).

Tabelul 2

Tipuri de mixturi studiate

	Criblură 8/16 mm %	Criblură 3/8 mm %	Nisip de concasaj 0/3 mm %	Nisip natural %	Filer de calcar %	Filer de șlam %
Rețeta nr. 1	20	20	25	25	10	—
Rețeta nr. 2	20	20	25	26	—	9
Rețeta nr. 3	20	20	25	26	3	6
Rețeta nr. 4	20	20	25	26	4	5
Rețeta nr. 5	20	20	25	26	5	4
Rețeta nr. 6	20	20	25	26	6	3
Rețeta nr. 7	20	20	25	25	7	3
Rețeta nr. 8	20	20	25	25	8	2
Rețeta nr. 9	20	20	25	25	9	1

Amestecurile minerale pentru cele 9 tipuri de mixturi studiate se încadrează în intervalul granulometric cerut de STAS 174/73 (tabelul 3).

Se observă că, în ceea ce privește granulozitatea materialelor, modificarea raportului între procentul de filer de calcar și filer de șlam influențează numai partea fină din curba granulometrică, admițînd că suma lor este de numai 9%, cu pînă la 3% filer de șlam, pentru procente mai mici de filer de șlam fiind necesar, pentru înscrierea în intervalul granulometric, de o sumă de 10% (rețetele nr. 7, 8 și 9, tabelul 3).

Dozajul de bitum, calculat cu relația Duriez, pentru un modul de conținut $K = 3{,}75$, rezultă de 6,81% pentru betonul asfaltic confecționat cu filer de calcar și 6,83% pentru betonul asfaltic confecționat cu filer de șlam.

Tabelul 3

Granulozitatea amestecului mineral

	Bitum la mixtură %	Dimensiunea ochiului ciurului (sitei), [mm]										
		16	10	8	5	3,15	1	0,50	0,315	0,20	0,10	0,071
		Trecut, [% din greutate]										
Rețeta nr .1	7,00	99,26	90,81	82,71	74,55	63,83	47,30	38,79	21,78	20,46	13,58	13,37
Rețeta nr. 2	7,00	99,36	90,81	82,71	74,45	63,68	47,01	38,67	21,65	20,38	13,28	13,09
Rețeta nr. 3	7,00	99,36	90,81	82,71	74,45	63,68	46,89	38,53	21,32	20,02	12,98	12,78
Rețeta nr. 4	7,00	99,36	90,81	82,71	74,45	63,68	47,00	38,55	21,39	20,10	13,04	12,84
Rețeta nr. 5	7,00	99,36	90,81	82,71	74,45	63,68	46,89	38,53	21,32	20,02	12,98	12,78
Rețeta nr. 6	7,00	99,36	90,81	82,71	74,45	63,68	47,00	38,51	21,26	19,95	12,93	12,71
Rețeta nr. 7	7,00	99,36	90,81	82,71	74,45	63,83	47,30	38,86	21,99	20,66	13,78	13,55
Rețeta nr. 8	7,00	99,36	90,81	82,71	74,55	63,83	47,29	38,84	21,92	20,59	13,69	13,49
Rețeta nr. 9	7,00	99,36	90,81	82,71	74,55	63,83	47,29	38,79	21,84	20,54	13,64	13,42

Ca liant s-a folosit pentru confecționarea mixturii bitum tip D cu penetrația la 25°C de 115 1/10 mm și punctul de înmuiere I.B. = 45,7°C, provenit de la Rafinăria Crișana-Suplacul de Barcău.

3. Rezultatele încercărilor efectuate

În vederea încercărilor s-au confecționat cuburi cu latura de 7,07 cm, după metodologia standardizată în R.S.R., cu ajutorul cărora s-au stabilit proprietățile fizico-mecanice prezentate parțial în tabelul 4.

Tabelul 4

Proprietățile fizico-mecanice ale mixturilor studiate

Tipul de mixtură		Bitum la mixtură %	Proprietăți fizice			Proprietăți mecanice			
			γ daN/m^3	Abs. de apă la volum %	Umflare %	R_c 22°C daN/cm^2	R_c 50°C daN/cm^2	Coeficient de termostabilitate	Red. rez. la 28 de zile %
Beton asfaltic cu agregat mărunt sărac în criblură	Filer de calcar 10%	7,00	2 310	3,27	1,64	34,80	16,78	3,22	19,20
	Filer de șlam 9%	7,00	2 230	9,00	10,70	33,80	12,42	2,73	76,20
	Filer de calcar 9% Filer de șlam 1%	7,00	2 340	1,98	1,35	42,30	14,52	2,91	18,15

Din analiza rezultatelor obținute se constată o creștere importantă a rezistenței la temperaturile de 22°C și 50°C pentru probele din mixtura confecționată cu filer de calcar cu adaos într-un procent mic de filer de șlam (9% filer de calcar și 1% filer de șlam), față de cea confecționată numai cu filer de calcar, coeficientul de termostabilitate neînregistrînd variații prea mari între cele două cazuri. Este important de remarcat faptul că stabilitatea mixturii obținute cu adaos de 1% filer de șlam se menține, însă ea se pune în evidență în zona rezistențelor la compresiune cu valori ridicate.

Se reține de asemenea și faptul că se obțin rezistențe la compresiune cu valori mari la temperaturile de 22°C și 50°C și pentru alte rapoarte între proporția de filer de calcar și de filer de șlam, dar acestora nu li se asociază și caracteristici fizice satisfăcătoare.

Din analiza curbelor din fig. 1, în care este reprezentată variația rezistenței la compresiune la temperaturile de 22°C și 50°C în funcție de raportul filer de șlam/filer de calcar, se observă că valorile maxime se obțin pentru un procent redus de filer de șlam, iar în continuare acestea se mențin ridicate, mai mari decît pentru mixtura confecționată numai cu filer

de calcar și pentru alte valori mai mari ale raportului filer de șlam/filer de calcar.

Curbele reprezentate în fig. 2 permit să se constate că de asemenea pentru mixtura confecționată cu 1% filer de șlam și 9% filer de calcar se obțin valori minime pentru absorbția de apă, umflare și reducerea rezistenței la compresiune după 28 zile de imersiune în apă. Valorile pentru aceste caracteristici ale mixturii cresc odată cu creșterea procentului de filer de șlam, avînd totuși pentru un procent redus de filer de șlam valori mai reduse decît pentru mixtura confecționată numai cu filer de calcar.

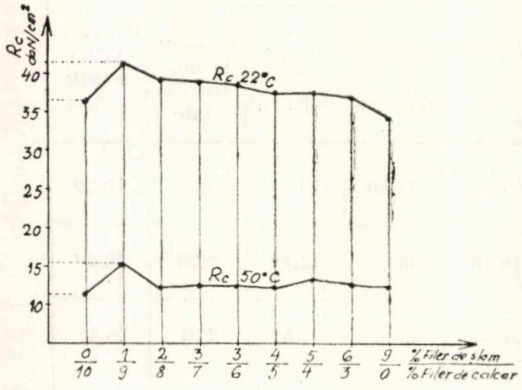


Fig. 1. — Variația rezistenței la compresiune în funcție de raportul filer de șlam/filer de calcar

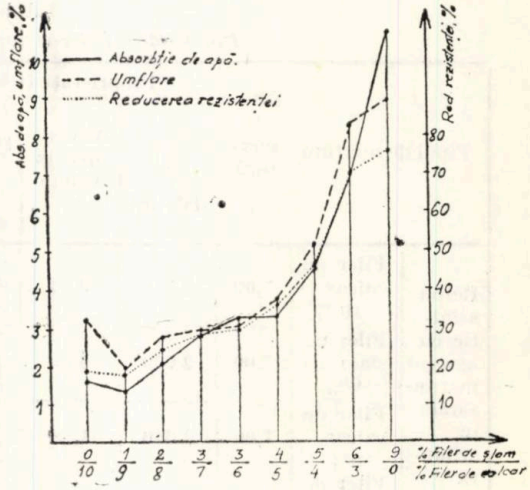


Fig. 2. — Variația absorbției de apă, a umflării și a reducerii rezistenței în funcție de raportul filer de șlam/filer de calcar.

Avînd în vedere sensibilitatea manifestată față de apă de către mixturile confecționate cu filer de șlam, s-a urmărit comportarea acestora pe parcurs, comparativ cu aceea a mixturilor confecționate cu filer de calcar, determinînd umflarea la 1, 7, 14, 21 și 28 de zile. Rezultatele, care sînt date în tabelul 5 și fig. 3, arată de asemenea o comportare bună în timp la acțiunea apei a mixturilor la care s-a adăugat un procent redus de filer de șlam. Valoarea umflării este foarte ridicată la mixturile la care s-a adăugat un procent mai mare de filer de șlam, iar aceasta înregistrează o creștere mai importantă în primele 7 zile de imersiune, ca apoi să se constate o creștere a umflării ceva mai lentă pînă la sfîrșitul celor 28 de zile.

Pe măsură ce procentul de filer de șlam scade, curba umflării se apropie de cea a mixturii confecționate numai cu filer de calcar, ajungînd ca la un procent de 1% filer de șlam curba umflării să fie situată sub cea a mixturii clasice. Curbele *6* și *7*, reprezentînd variația umflării pentru două mixturi la care procentul de filer de șlam este același (3%), dar la care diferă doar procentul de filer de calcar, sînt foarte apropiate.

Tabelul 5

Variația umflării în timp

Nr. crt.	Tipul de mixtură	Bitum la mixtură %	Umflarea, [%]				
			la 1 zi	la 7 zile	la 14 zile	la 21 zile	la 28 zile
1	Beton asfaltic cu 10% filer de calcar	7,00	0,06	0,30	0,78	1,22	1,65
2	Beton asfaltic cu 9% filer de șlam	7,00	1,08	6,93	7,75	9,29	11,27
3	Beton asfaltic cu 6% filer de șlam și 3% filer de calcar	7,00	0,69	4,47	5,53	6,47	8,07
4	Beton asfaltic cu 5% filer de șlam și 4% filer de calcar	7,00	0,25	2,35	2,79	3,76	4,19
5	Beton asfaltic cu 4% filer de șlam și 5% filer de calcar	7,00	0,23	1,99	2,29	2,89	3,63
6	Beton asfaltic cu 3% filer de șlam și 6% filer de calcar	7,00	0,19	1,52	2,00	2,14	2,61
7	Beton asfaltic cu 3% filer de șlam și 7% filer de calcar	7,00	0,14	1,36	1,85	2,00	2,40
8	Beton asfaltic cu 2% filer de șlam și 8% filer de calcar	7,00	0,00	0,85	1,15	1,96	2,21
9	Beton asfaltic cu 1% filer de șlam și 9% filer de calcar	7,00	0,00	0,20	0,72	1,05	1,35

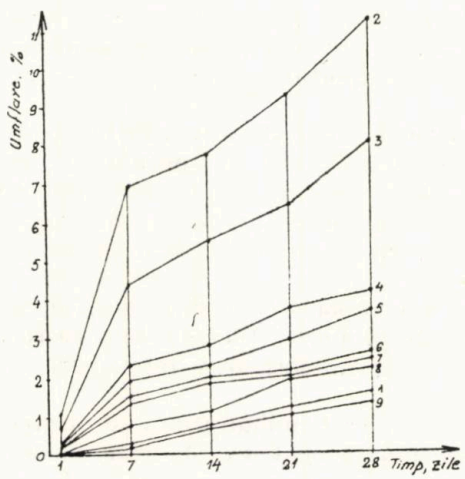


Fig. 3. — Variația umflării în funcție de timp pentru mixturile din tabelul 2.

Reducerea umflării se poate obține pentru mixturile confecționate cu filer de șlam utilizînd chiar un procent de 10% din acest filer, în cazul adoptării pentru mixtură a unui dozaj de bitum superior, de 9%.

Rezultatele încercărilor efectuate în laborator au arătat că deși umflarea s-a redus pînă la circa 2% prin mărirea dozajului de bitum, reducerea rezistenței, după 28 zile de imersiune în apă, rămîne încă mare, de circa 25%.

Studiul mixturilor asfaltice confecționate cu adaos de filer de șlam a scos în evidență faptul că pentru procente mici de filer de șlam (pînă la 1%) caracteristicile fizico-mecanice ale mixturii se îmbunătățesc. Utilizarea de filer de șlam ca adaos în cantitate mai mare, deși îmbunătățește unele din proprietățile mecanice, are efecte negative asupra caracteristicilor fizice ale mixturii.

Îmbunătățirea proprietăților mixturilor asfaltice prin adăugarea unui anumit procent de filer de șlam se datorește acțiunii pe care o are în principal oxidul feric asupra aderării bitumului pe suprafața agregatelor minerale. Cationii de Fe^{3+} tapisează la suprafață agregatele de natură acidă cu un strat, astfel încît în momentul anrobării, bitumul găsind suprafața agregatelor încărcată cu sarcini pozitive, aderă la aceasta.

Confecționînd cuburi din mixtură în care s-a utilizat numai filer de calcar în procent de 10% și apoi din mixtură în care s-a adăugat 1% filer de șlam și 9% filer de calcar și preparînd probele în continuare după o metodologie specifică, prin fotografiere la un microscop produs de firma Reichert din Viena (mărire 2 × 540), se observă, în cazul mixturii confecționate cu adaos de filer de șlam (fig. 4), o distribuție mai uniformă a filerului în masa mixturii, față de cea confecționată numai cu filer de calcar (fig. 5).

Datorită caracteristicilor pe care le prezintă constituienții filerului de șlam, Fe_2O_3 și $CaSO_4$, adăugarea unui procent mai mare de filer de șlam are drept efect o comportare necorespunzătoare a mixturii asfaltice în raport cu apa.

Cu toate că oxidul fierului trivalent, Fe_2O_3, reprezintă cea mai stabilă combinație existentă a fierului din natură [2], greu solubilă în apă, iar în compoziția filerului de șlam oxidul feric intervine într-un procent de 58,8%, totuși prezența sulfatului de calciu, care este solubil în apă, impune limitarea utilizării filerului de șlam pînă la un anumit procent (1%).

Pentru a verifica comportarea $CaSO_4$ din filerul preparat din șlam s-a amestecat, în diferite proporții, filer de șlam cu filer de calciu și adăugîndu-i apă nu s-a observat formarea rețelei cristaline specifice hemihidratului.

Totodată, la hidratarea hemihidratului se degajă o cantitate de căldură egală cu cea consumată pentru deshidratare, determinînd încălzirea sistemului, ceea ce în cazul de față nu s-a întîmplat chiar dacă se utilizează filer de șlam fără alte adaosuri.

În paralel, făcîndu-se încercări cu amestecuri, în diferite proporții, de ipsos și oxid de fier, s-a observat că se produce întărirea amestecului cu degajarea unei anumite cantități de căldură.

Fig. 4. — Structura betonului asfaltic confecționat cu 1% filer de șlam (2 × 540).

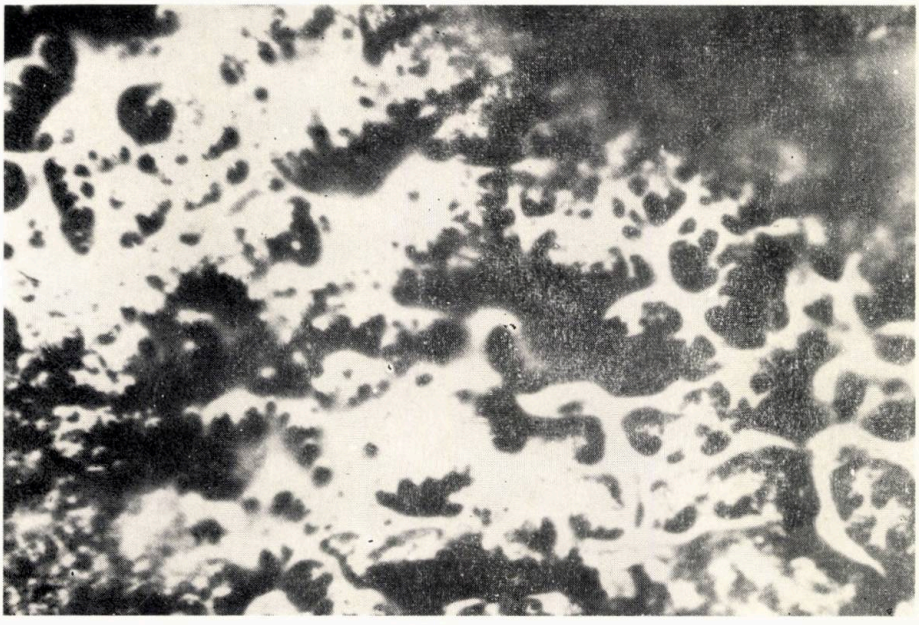


Fig. 5. — Structura betonului asfaltic confecționat cu filer de calcar (2 × 540).

Se poate trage, deci, concluzia că o mare parte din $CaSO_4$ din filerul de șlam se găsește sub formă de anhidrit II, a cărui reactivitate în raport cu apa este posibilă numai cu activatori chimici, iar prezența $CaCO_3$ și a celorlalți compuși în amestec îi reduc mult reactivitatea în raport cu apa.

În același mod se explică și comportarea relativ bună în raport cu apa a mixturii confecționate cu 10% filer de șlam în care s-a utilizat un procent de 9% bitum. Bitumul fiind în cantitate mai mare împiedică pătrunderea apei la particolele de sulfat de calciu și totodată prezența bitumului nu permite difuzia hemihidratului pentru a se forma rețeaua cristalină.

4. Concluzii

Din analiza rezultatelor încercărilor efectuate asupra epruvetelor de beton asfaltic confecționate cu filer de calcar și apoi cu unii înlocuitori de filer se pot trage cîteva concluzii referitoare la comportarea acestor mixturi:

a) Rezistențele mecanice ale betoanelor asfaltice confecționate cu adaos de filer de șlam provenit de la Întreprinderea metalurgică, Iași, prezintă valori care indică o bună comportare la solicitările pe care vor trebui să le suporte în carosabilul drumului; datorită valorilor ridicate ale rezistenței la compresiune, la 50°C, obținute pe epruvetele de beton asfaltic confecționate cu adaos de filer de șlam, rezultă că mixturile respective vor avea o bună stabilitate la variații de temperatură.

b) Filerul provenit din șlam permite obținerea de rezultate bune numai dacă este utilizat într-un procent redus. Influența sa se manifestă prin îmbunătățirea rezistențelor la compresiune, a stabilității mixturii la variații de temperatură și a comportării în raport cu apa, ca urmare a îmbunătățirii aderenței dintre liantul bituminos și agregatul mineral.

c) Eficiența economică a utilizării filerului de șlam nu se limitează numai la valorificarea unui deșeu industrial, ci această eficiență trebuie judecată pe de o parte prin prisma măririi durabilității îmbrăcămintii asfaltice ca urmare a îmbunătățirii proprietăților mixturii asfaltice și pe de altă parte se elimină posibilitatea poluării mediului ambiant.

Primită la 8 octombrie 1976

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de geotehnică, fundații
și căi de comunicații

BIBLIOGRAFIE

1. Craus I., *Une méthode pour le calcul du dosage en liant des mortiers asphaltiques.* Bul. șt. Inst. Constr., Buc., *4* (1972).
2. Ripan R., Ceteanu I., *Chimia metalelor.* Vol. II, EDP, Buc., 1969.
3. Zarojanu H., *Drumuri, Suprastructura.* Inst. polit., Iași, 1974.
4. * * * *Les travaux du XV-e Congrès mondial de la route.* Question II: *Chaussés souples.* Mexico, 1975.

ЭКОНОМНИЧЕСКОЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОТБРОСОВ МЕТАЛЛУРГИЧЕСКОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ ДЛЯ ПРОИЗВОДСТВА АСФАЛЬТО-БЕТОНОВ

(Резюме)

Исследовалось использование отбросов металлургической промышленности для получения асфальто-бетонов с высокими физико-механическими свойствами.

В работе представлены некоторые полученные результаты.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 1—2, 1977
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C.Z. 691.3

UNELE CARACTERISTICI ALE BETOANELOR CU ADAOS DE BARITINĂ

DE

C. BRANIȘTE, FLORENTINA CHIRIAC și SERGIU COROBCEANU

1. Introducere

În literatura de specialitate [1] sînt menționate mărci de cimenturi silicioase cu adaose de zguri metalurgice, tufuri vulcanice, cenușă zburătoare, făină de diferite roci etc.

În lucrarea de față se studiază influența adaosului de baritină fin măcinată astfel încît pe sita de 4 900 ochiuri/cm^2 să nu rămînă un rest mai mare decît 10%.

M. Farran [2] arată că oricare ar fi natura adaosului în cazul cînd are loc între adaos și ciment o reacție chimică, se obține un ciment cu rezistențe superioare. Totuși sînt și cazuri cînd fenomenul de aderență dintre adaos și ciment se realizează prin punerea în comun a ochiurilor rețelelor cristaline ale mineralelor ce există în adaos și a rețelelor cristaline formate în urma reacțiilor chimice dintre agregatul fin și ciment, realizîndu-se în acest mod o aderență pur mecanică; rezistențele mecanice ale cimenturilor cresc datorită frecărilor interioare ale cristalelor.

Adaosul de baritină la lianții silicioși prezintă importanță prin faptul că se micșorează consumul de liant și totodată atribuie lianților unele proprietăți speciale ca de exemplu: sporuri de rezistență mecanică, aderență la armătura betonului, absorbția radiațiilor și crearea de suprafețe netede ale betoanelor.

În studiul întreprins s-a folosit baritina de la Ostra a cărei compoziție chimică este indicată în tabelul 1. Din analiza chimică a celor două

Tabelul 1

Compoziția chimică a două probe de baritină provenite din două filoane diferite

Denumirea componenților	Conținutul %	
	Baritina *A*	Baritina *B*
$BaSO_4$	90,00	88,33
$BaCO_3$	2,81	7,07
$CaSO_4$	0,66	—
$CaCO_3$	urme	urme
CaF_2	—	—
Fe	0,41	0,281
Al	—	—
SiO_2	6,12	4,31

probe de baritină, notate cu *A* și *B*, rezultă că proba *A* este mai bogată decît proba *B* în $BaSO_4$ și SiO_2, componenți activi care ajută la compactizarea și impermeabilizarea betonului realizat cu ciment silicios la care s-a adăugat baritină.

2. Partea experimentală

În primul rînd s-au determinat rezistențele mecanice ale cimentului PZ 400 pe mortare 1 : 3. Cu acest dozaj s-au confecționat cuburi cu latura de 7,07 cm și brichete. Probele au fost încercate la 7 și 28 zile de la confecționare, la compresiune și tracțiune. Rezultatele obținute pe probele martor au servit ca termen de comparație pentru probele cu adaos de baritină, fiind prezentate în tabelul 2.

Tabelul 2

Adaos de baritină A și B scăzut din cantitatea de ciment

Denumirea probei	Dozaj				Tipuri de baritină		R_c daN/cm²		R_{tr} daN/cm²	
	Ciment Pz 400 g	Nisip g	Baritină g	Apă g	*A*	*B*	la 7 zile	la 28 zile	la 7 zile	la 28 zile
Martor	500	1 500	—	160	—	—	282	412	25,40	29,18
A_1	425	1 500	75	160	15	—	344	428	22,80	28,35
A_2	400	1 500	100	160	20	—	328	420	22,80	25,80
A_3	375	1 500	125	160	25	—	328	364	21,40	24,60
A_4	350	1 500	150	160	30	—	325	336	19,40	23,40
A_1	425	1 500	75	160	—	15	284	422	23,00	27,70
A_2	400	1 500	100	160	—	20	276	386	22,60	25,35
A_3	375	1 500	125	160	—	25	268	384	20,80	23,45
A_4	350	1 500	150	160	—	30	254	376	18,45	20,30

Probele prezentate în tabelul 2 s-au confecționat scăzînd din cantitatea de ciment procentul de adaos de baritină cuprins între 15% și 30%, atît pentru baritina de tip *A* cît și pentru cea de tip *B*.

Rezistențele la compresiune și la tracțiune, după 7 și 28 de zile, scot în evidență o scădere a rezistenței la compresiune și tracțiune după 28 de zile atît pentru adaosul de baritină de tip *A* cît și pentru adaosul de baritină de tip *B*.

În continuare s-au studiat proprietățile mortarelor pe bază de ciment și baritină menținîndu-se constantă cantitatea de ciment și nisip (1 : 3) și la acest amestec s-a adăugat baritină în procente variabile cuprinse între 15% și 90% pentru baritina de tip *A* și între 15% și 40% pentru baritina de tip *B*. Rezultatele obținute sînt redate în tabelul 3. Din datele conținute în acest tabel se constată că la un adaos de baritină tip *A*, în proporție de 15...60%, rezistențele mecanice cresc comparativ cu proba martor și chiar față de cele conținute în tabelul 2. La adaosul de baritină de tip *B* creșterile rezistențelor mecanice sînt ceva mai reduse, compa-

Tabelul 3

Adaos de baritină A și B adăugat la cantitatea de ciment

Denumirea probei	Dozaj				Proporția de baritină %		R_c daN/cm²		R_{tr} daN/cm²	
	Ciment Pz 400 g	Nisip g	Baritină g	Apă g	Tip *A*	Tip *B*	la 7 zile	la 28 zile	la 7 zile	la 28 zile
Martor	500	1 500	—	160	—	—	282	412	25,40	29,18
B_1	500	1 500	75	160	15	—	320	408	28,50	31,40
B_2	500	1 500	100	160	20	—	324	424	29,75	33,05
B_3	500	1 500	125	160	25	—	356	438	30,10	36,55
B_4	500	1 500	150	160	30	—	392	452	34,10	37,45
B_5	500	1 500	200	160	45	—	452	496	36,20	38,95
B_6	500	1 500	250	160	50	—	498	555	40,20	39,75
B_7	500	1 500	300	160	60	—	527	570	43,50	40,81
B_8	500	1 500	350	160	70	—	—	395	—	35,00
B_9	500	1 500	400	160	80	—	—	360	—	32,00
B_{10}	500	1 500	450	160	90	—	—	373	—	36,30
B_1	500	1 500	75	160	—	15	320	404	23,30	28,90
B_2	500	1 500	100	160	—	20	326	418	25,10	32,35
B_3	500	1 500	125	160	—	25	334	430	27,85	34,65
B_4	500	1 500	150	160	—	30	368	436	29,30	37,10
B_5	500	1 500	200	160	—	40	376	480	29,80	39,90

rativ cu probele cu baritină de tip *A*; de aceea în cele ce urmează se va folosi ca adaos la ciment pentru alcătuirea betoanelor, baritina de tip *A*.

Din determinările efectuate pe mortare cu adaos de baritină s-a stabilit procentul optim de adaos de baritină la ciment, de 60%, care a fost folosit în continuare la alcătuirea betoanelor.

3. Unele considerațiuni asupra betonului

La executarea elementelor de beton armat și în special la executarea construcțiilor cu cofraje glisante, consistența betonului joacă un rol deosebit de important în sensul necesității obținerii unor betoane cu consistență plastică folosindu-se un raport *A/C* cît mai redus. De asemenea este necesar ca aderența betonului la cofraj să fie cît mai redusă iar la armătură să prezinte valori cît mai ridicate.

Folosirea adaosurilor plastifiante, compactarea betonului prin vibrare și ungerea cofrajelor rezolvă într-o oarecare măsură dezideratele de mai sus obținîndu-se betoane cu caracteristici fizico-mecanice superioare față de cele puse în operă prin procedee obișnuite.

În același timp însă tehnologiile noi de execuție a construcțiilor impun obținerea unor betoane a căror suprafață să fie, după decofrare, cît mai netedă, lipsită de asperități, de defecte, astfel încît tencuirea suprafeței să nu mai fie necesară.

În literatura de specialitate [3], [4] sînt menționate numeroase adaosuri plastifiante care au ca efect micșorarea raportului *A/C*, pentru aceeași

consistență, fapt ce se repercutează favorabil asupra unor proprietăți ale betoanelor. Obținerea unor betoane folosind ciment cu adaos de baritină are drept scop de a ameliora anumite caracteristici ale betonului.

4. Experimentări de betoane

În vederea determinării unor caracteristici fizico-mecanice ale betoanelor cu adaos de baritină s-au confecționat cuburi cu latura de 20 și 10 cm ; pentru fiecare încercare au fost prevăzute minimum nouă probe. Confecționarea, păstrarea și încercarea probelor la compresiune au fost făcute conform normelor standard STAS 1 275-70.

Compoziția betonului și caracteristicile lui sînt date în tabelul 4.

Rezultatele obținute au fost studiate comparativ cu probele martor, realizate fără adaos de baritină. S-au confecționat probe înlocuind o parte din fracțiunea de nisip de 0...3 mm cu baritină, la probele de beton cu latura de 20 cm și s-a obținut o mărire a densității specifice aparente a betonului proaspăt de la 2 210 la 2 430 kg/m^3 iar după 14 zile de întărire densitatea aparentă crește de la 2 260 la 2 370 kg/m^3. Rezistența la compresiune scade la betonul cu adaos de baritină cu 12,3%. La betonul întărit după 28 de zile densitatea specifică aparentă crește de la 2 230 la 2 350 kg/m^3 ; de asemenea rezistența la compresiune crește cu 23,10% la betonul cu baritină.

La probele de beton cu latura de 10 cm, la betonul proaspăt, densitatea aparentă crește de la 2 250 la 2 420 kg/m^3 ; după 14 zile de întărire densitatea specifică crește de la 2 215 la 2 420 kg/m^3 și rezistența la compresiune scade cu 11,1% la betoanele cu adaos de baritină.

La 28 de zile densitatea aparentă crește de la 2 210 la 2 310 kg/m^3 și rezistența la compresiune crește cu 18% la betonul cu adaos de baritină.

Din datele conținute în tabelul 4 rezultă că betonul cu baritină manifestă o întărire mai lentă din cauză că baritina fin măcinată are rolul de coloid hidrofob și în a 28-a zi de întărire rezistențele mecanice, respectiv marca betonului, devin superioare față de cele ale probei martor, fapt ce se explică prin colmatarea porilor cu acest coloid.

În continuare s-au realizat betoane fără să se scadă partea fină din nisip, ci proporția adaosului de baritină a fost majorată față de amestecul normal al betonului, cu aceeași cantitate de 180 kg/m^3 ca și în încercările redate în tabelul precedent.

S-au confecționat probe cubice cu latura de 20 cm și s-au obținut următoarele rezultate mai importante. Densitatea specifică aparentă a betonului proaspăt a crescut de la 2 210 la 2 430 kg/m^3 iar după 14 zile de întărire a crescut de la 2 260 la 2 385 kg/m^3. Rezistența la compresiune a scăzut cu 18,4% și după 28 zile de întărire densitatea specifică aparentă a crescut de la 2 230 la 2 377 kg/m^3, rezistența la compresiune crescînd cu 10%.

Pentru probele de beton cu latura de 10 cm se constată că: densitatea specifică aparentă a betonului proaspăt crește de la 2 400 la 2 450 kg/m^3 iar după 14 zile de întărire crește de la 2 215 la 2 300 kg/m^3 iar rezistența la compresiune scade cu 18,7% ; după 28 de zile de întărire den-

Tabelul 4

Variația densității specifice aparente a rezistenței la compresiune a probelor de beton confecționate cu amestecul B față de proba martor

Nr. crt.	Denumirea probei	Compoziția betonului						Dimensiunile epruvetei cm	Densitatea specifică aparentă a betonului proaspăt ρ_a [kg/m³]	Caracteristicile betonului întărit după 14 zile			Caracteristicile betonului întărit după 28 zile		
		Ciment Pz 400 kg/m³	Agregat kg/m³			Raport A/C	Baritină kg/m³			ρ_a kg/m³	σ_c daN/cm³	Creșterea rezistenței σ_c [%]	ρ_a kg/m³	σ_c daN/cm²	Creșterea rezistenței σ_c [%]
			0 ... 3	3 ... 7	7...15										
1	Martor	300	500	500	950	0,50	—	20 × 20 × 20	2 270	2 260	163	—	—	—	—
		300	500	500	950	0,50	—			—	—	—	2 230	206	—
2	Amestec *B*	300	320	500	950	0,50	180	20 × 20 × 20	2 430	2 370	143	−12,3	—	—	—
		300	320	500	950	0,50	180			—	—	—	2 350	254	23,1
3	Martor *A*	300	500	500	950	0,50	—	10 × 10 × 10	2 250	2 215	172	—	—	—	—
		300	500	500	950	0,50	—			—	—	—	2 210	274	—
4	Amestec *B*	300	320	500	950	0,50	180	10 × 10 × 10	2 420	2 420	153	−11,1	—	—	—
		300	320	500	950	0,50	180			—	—	—	2 310	323	18,0

Tabelul 5

Variația densității specifice aparente și a rezistenței la compresiune a probelor de beton confecționate cu amestecul C față de probele martor A

Nr. crt.	Denumirea probei	Compoziția betonului						Dimensiunile epruvetei cm	Densitatea specifică aparentă a betonului proaspăt ρ_a [kg/m³]	Caracteristicile betonului întărit după 14 zile			Caracteristicile betonului întărit după 28 zile		
		Ciment Pz 400 kg/m³	Agregat kg/m³			Raport A/C	Baritină kg/m³			ρ_a kg/m³	σ_c daN/cm²	Creșterea rezistenței σ_c [%]	ρ_a kg/m³	σ_c daN/cm²	Creșterea rezistenței σ_c [%]
			0 ... 3	3 ... 7	7...15										
1	Martor *A*	300	500	500	950	0,50	—	20×20×20	2 270	2 260	163	—	—	—	—
		300	500	500	950	0,50	—			—	—	—	2 230	206	—
2	Amestec *C*	300	500	500	950	0,50	180	20×20×20	2 430	2 385	133	−18,4	—	—	—
		300	500	500	950	0,50	180			—	—	—	2 377	227	+10,10
5	Martor *A*	300	500	500	950	0,50	—	10×10×10	2 460	2 215	172	—	—	—	—
		300	500	500	950	0,50	—			—	—	—	2 210	274	—
6	Amestec *C*	300	500	500	950	0,50	180	10×10×10	2 450	2 300	140	−18,7	—	—	—
		300	500	500	950	0,50	180			—	—	—	2 285	295	7,7

sitatea specifică aparentă crește de la 2 210 la 2 285 kg/m^3 iar rezistența la compresiune crește cu 7,7%.

Din examinarea datelor conținute în tabelele 4 și 5 se constată o creștere a densității specifice aparente a betonului întărit precum și o creștere mai pronunțată a rezistențelor la compresiune atunci cînd o parte din nisipul de granulație 0...3 mm este înlocuit cu o cantitate echivalentă de baritină, fapt ce dovedește că baritina în stare fin măcinată, comparativ cu fracțiunea de nisip 0...3 mm, este mai activă și conferă betonului o bună plasticitate și o lucrabilitate fără tendință de segregare. Suprafața betonului întărit devine mai netedă și cu o culoare de cenușiu deschis, făcînd posibilă utilizarea betonului cu adaos de baritină ca beton aparent.

În alcătuirea betoanelor studiate (v. tabelele 4 și 5) raportul A/C a fost menținut constant (0,5), chiar și în cazul unei proporții sporite de baritină față de compoziția normală a betonului, ceea ce scoate în evidență faptul că baritina exercită o influență favorabilă asupra lucrabilității betonului.

4. Concluzii

În prima parte a lucrării, pe probele de mortar normal 1 : 3 cu adaos de baritină, s-a stabilit procentul optim de adaos.

În partea a doua a lucrării s-au realizat betoane cu o proporție de baritină de 60% din greutatea cimentului și s-au studiat comparativ cu probele martor fără adaos de baritină. Din examinarea datelor cuprinse în tabelele 4 și 5 rezultă următoarele concluzii:

a) Betonul proaspăt cu adaos de baritină prezintă o consistență plastico-vîrtoasă și lucrabilitatea este simțitor ameliorată.

b) Betonul preparat cu adaos de baritină nu manifestă tendință de separare a apei de amestecare sau de segregare.

c) După decofrare suprafețele probelor sînt netede fără defecte de structură și culoarea betonului este mai deschisă decît cea a probelor martor. Astfel de betoane pot fi folosite la construcțiile executate în cofraje glisante ca betoane aparente fără a fi necesară aplicarea unui strat de tencuială.

d) Rezistența la compresiune (marca betonului), pe cuburi cu latura de 20 cm, la vîrsta de 28 de zile, crește cu 10...23% față de probele martor.

e) Compactitatea betoanelor cu adaos de baritină este cu circa 3,6% mai mare decît cea a mortarelor. Rezultă deci faptul că toate proprietățile fizico-mecanice legate de compactitate (impermeabilitate, rezistența la îngheț—dezgheț, rezistența chimică față de unii agenți agresivi) sînt îmbunătățite.

Față de proprietățile fizico-mecanice menționate mai sus se poate presupune faptul că la tratamente termice betoanele cu adaos de baritină vor avea o comportare mai bună decît cele obișnuite datorită prezenței, în faza de hidratare, a gelurilor de hidrosilicat de calciu și de bariu.

Primită la 17 martie 1975

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de geotehnică, fundații
și căi de comunicații

BIBLIOGRAFIE

1. Branişte C. şi colab., Comun. şt., Univ. „Al. I. Cuza", Iaşi, Inst. pedag., 431—442 (1969).
2. Branişte C., Vasiliu A., *Influenţa gelului de aluminiu asupra refractarităţii mortarului pe bază de ciment portland şi baritină.* Bul. Inst. polit., Iaşi, **XIX (XXIII)**, *1—2*, 107—119 (1973).
3. Branişte C., Vasilescu F., *Influenţa adaosului de baritină asupra proprietăţilor cimentului portland.* Bul. Inst. polit., Iaşi, **XII (XVI)**, *1—2* (1966).
4. Branişte C., Burlacu I., Bordea A., Matei R., *Comportarea cimenturilor cu cenuşă de pirită în alcătuirea mortarelor.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XVIII (XXII)**, *1—2* (1972).

QUELQUES CARACTÉRISTIQUES DES BÉTONS À ADDITION DE BARITINE

(Résumé)

On étudie les propriétés physico-mécaniques des bétons à addition de baritine et on aboutit à la conclusions que, lors des traitements thermiques, ces bétons se comportent d'une façon meilleure que les bétons usuels, comme conséquence de la présence, en phase de hydratation, des gels de silicate de calcium et de barium.

Tiparul executat la Întreprinderea poligrafică
Iaşi, str. Vasile Alecsandri nr. 6,
sub comanda nr. 71

REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

1978 APR 2 1

40822

F 1503/5

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXIII (XXVII)

Fasc. 3—4

SECŢIA V CONSTRUCŢII ARHITECTURĂ

1977

OSZTÁLYOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXIII (XXVII)

Fasc. 3—4

SECŢIA V

CONSTRUCŢII ARHITECTURĂ

1977

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. dr. doc. VAL. BLIDARU, prof. dr. doc. N. V. BOȚAN, prof. dr. ing. GH. CAȘLER, prof. dr. ing. M. GAFIȚANU (președinte), prof. dr. P. MÂLCOMETE, prof. dr. doc. D. MANGERON, prof. dr. ing. T. SILION, acad. prof. dr. doc. CR. SIMIONESCU, prof. dr. ing. I. VLAD

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

V. CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

Conf. dr. ing. H. ZAROJANU
Prof. dr. ing. A. RADU
Conf. arh. N. PORUMBESCU

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Prof. dr. ing. HUGO ROSMAN (secretar)
Lector dr. ing. VICTOR-FLORIN POTERAȘU (secretar adjunct)
ECATERINA IRIMIEA (tehnoredactor)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3 — 4 1977

Secţia V

CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

SUMAR

Pag.

GH. NISTOR şi N. ORLOVSCHI, Metode topogeodezice în studiul experimental al structurilor (rom., rez. franc.) 7

D. PRECUPANU, R. MÜHLBÄCHER şi C. D. IONESCU, Comportarea şi calculul barelor metalice pretensionate solicitate la întindere în domeniul plastic (rom., rez. franc.) 15

AL. DUMITRAŞ şi ŞT. JERCA, Aspecte ale calculului reţelelor de grinzi în domeniul elastic (rom., rez. franc.) 21

C. D. IONESCU, Un procedeu direct pentru determinarea matricei de rigiditate laterală cu luarea în consideraţie a influenţei terenului de fundaţie (germ., rez. rom.) 23

H. BĂRBAT şi V. BREABĂN, Metoda elemente finite — diferenţe finite pentru analiza seismică a sistemului baraj cu parament amonte înclinat — lac de acumulare (engl., rez. rom.) 29

A. MIHUL şi D. PRECUPANU. Consolidarea eficientă a unui planşeu utilizînd grinzi metalice precomprimate (franc., rez. rom.) 33

N. FLOREA, S. COROBCEANU şi C. PASCARIU, Metodă de dimensionare a grinzilor din beton precomprimat (rom., rez. franc.) 39

EM. BÂRSAN, Trecerea de la comportarea neliniară la comportarea liniară a fundaţiei unui baraj de greutate (rom., rez. franc.) 49

V. ZAVATI şi V. MURGESCU, Asupra coeficientului de siguranţă referitor la problema stabilităţii taluzurilor prin metoda spiralei logaritmice (rom., rez. franc.) 53

V. MUŞAT şi M. DIMA, Aplicarea teoriei consolidării solurilor la determinarea adîncimii zonei de compresiune a îngroşătorului (rom., rez. franc.) . . . 61

T. SILION şi AL. CIORNEI, Determinarea în laborator a evoluţiei zonei de umezire la pămînturile loessoide compactate (rom., rez. franc.) 69

H. ZAROJANU, Baza teoretică a indicelui de structură la deflexiune pentru sisteme rutiere nerigide (rom., rez. franc.) 77

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXIII (XXVII), Fasc. 3 — 4 1977

Section V

CONSTRUCTIONS. ARCHITECTURE

CONTENTS

Pp.

GH. NISTOR et N. ORLOVSCHI, Méthodes topogéodésiques dans l'étude expérimentale des structures (Romanian, French summary) 7

D. PRECUPANU, R. MÜHLBÄCHER et C. D. IONESCU, Comportement et calcul des barres métalliques prétensionnées, sollicitées par un effort normal dans le domaine plastique (Romanian, French summary) 15

AL. DUMITRAŞ et ŞT. JERCA, Aspects concernant le calcul des réseaux de poutres dans le domaine élastique (Romanian, French summary) 21

C. D. IONESCU, Ein direktes Verfahren für die Bestimmung der Matrix der seitlichen Steifigkeit mit Berücksichtigung des Einflusses des Gründungsbodens (German, Romanian summary) 23

H. BĂRBAT and V. BREABĂN, Finite Element — Finite Difference Method for a Flat Upstream Dam — Reservoir Seismic Analysis (English, Romanian summary) 29

A. MIHUL et D. PRECUPANU, Le renforcement efficace d'un plancher employant des poutres métalliques precontraintes (French, Romanian summary) 33

N. FLOREA, S. COROBCEANU et C. PASCARIU, Méthode de calcul des dimensions des poutres en béton précontraint (Romanian, French summary) 39

EM. BÂRSAN, The Transition between the Linear Behaviour to the Non-Linear one for a Gravity Dam Foundation (Romanian, English summary). . . . 49

V. ZAVATI et V. MURGESCU, Sur le coefficient de sûreté en connexion avec le problème de la stabilité des talus par la méthode de la spirale logarithmique (Romanian, French summary) 53

V. MUŞAT et M. DIMA, L'application de la théorie de la consolidation des sols pour la détermination de la profondeur de la zone de l'épaississeur (Romanian, French summary) 61

T. SILION et AL. CIORNEI, Détermination en laboratoire de l'évolution de la zone d'humectation des terres loessoïdales compactées (Romanian, French summary) 69

H. ZAROJANU, Indice de structure à la déflexion pour des systèmes routiers flexibles. Base théorique (Romanian, French summary) 77

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XXIII (XXVII), Вып. 3–4 1977

Секция V

СТРОИТЕЛЬСТВО. АРХИТЕКТУРА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр

Г. НИСТОР и Н. ОРЛОВСКИЙ, Топогеодезические методы для исследование структур (рум., рез. франц.) 7

Д. ПРЕКУПАНУ, Р. МЮЛБЕХЕР и К. Д. ИОНЕСКУ, Расчет металлических предварительно напряженных растяженных стержней в пластический стадий (рум., рез. франц.) 15

АЛ. ДУМИТРАШ и ШТ. ЖЕРКА, Упругий расчет перекрестных балок (рум., рез. франц.) 21

К. Д. ИОНЕСКУ, Непосредственный метод для установления боковой жесткости матрицы имея ввиду влияние грунта ниже подошвы фундамента (нем., рез. рум.) 23

Х. БЭРБАТ и В. БРЯБЭН, Метод конечных элементов и конечных разностей при сейсмических анализах систем — плотина с наклонной верховой гранью—жидкость водохранилища (англ., рез. рум.) 29

А. МИХУЛ и Д. ПРЕКУПАНУ, Эффективное усиление одного перекрытия употреблении металлических преднапряженных балок (франц., рез. рум.) 33

Н. ФЛОРЕА, С. КОРОБЧЯНУ и К. ПАСКАРИУ, Метод проектирования предварительно напряженных железобетонных балок (рум., рез. франц.) 39

ЭМ. БЫРСАН, Переход от линейному к нелинейному поведению для основания гравитационных плотин (рум., рез. англ.) 49

В. ЗАВАТИ и В. МУРДЖЕСУ, Коэффициент обеспеченности в задаче устойчивости откосов по методу логарифмической спирал (рум., рез. франц.) 53

В. МУШАТ и М. ДИМА, Применение теории консолидации почв в определении глубины зоны сжимания сгустителя (рум., рез. франц.) . 61

Т. СИЛИОН и АЛ. ЧОРНЕЙ, Лабораторные определения эволюция увлаженной зоны уплотнение лессового грунта (рум., рез. франц.) 69

Х. ЗАРОЖАНУ, Структурный показатель на упругой деформации для нежестких дорожных одежд. Теоретические основы (рум., рез. франц.) 77

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. Z. 526 : 624.0

METODE TOPOGEODEZICE ÎN STUDIUL EXPERIMENTAL AL STRUCTURILOR

DE

GH. NISTOR și N. ORLOVSCHI

1. Introducere

Metodele topogeodezice, prin precizia ridicată pe care o asigură la măsurarea unor mărimi geometrice (deplasări, rotiri) cu semnificații deosebite în studiul stării de eforturi și de deformații ale structurilor de rezistență, sînt aplicate tot mai des, fie că este vorba de cercetări pe construcții la scară naturală, fie de studii pe modele la scară redusă.

În unele condiții concrete ale obiectelor de studiu, ca de exemplu : lipsa posibilității de acces la punctele de măsurare datorită dimensiunilor reduse ale spațiilor sau imposibilitatea de reglare a reperelor de măsurare, condiții în care nu se pot aplica procedeele directe de măsurare cum ar fi cele bazate pe tensometria mecanică, metodele topogeodezice corespund în bună măsură atît în ceea ce privește stabilirea parametrilor care caracterizează starea de eforturi și deformații a structurii în studiu, cît și în ceea ce privește gradul de precizie al măsurărilor efectuate.

În cele ce urmează se prezintă modul de aplicare a metodelor topogeodezice la studiul experimental al unei structuri în cadre.

2. Structurile studiate

În cadrul unor studii întreprinse în cadrul Facultății de construcții, referitoare la comportatea structurilor cu planșee de tip dală chesonată, s-au efectuat încercări experimentale pe un model la scara 1 : 3 și pe o construcție la scară naturală, măsurările de deplasări verticale și orizontale fiind realizate prin metode topogeodezice [1].

Modelul la scara 1 : 3, reprezentat în fig. 1, este alcătuit din stîlpi și două planșee dală tip chesonat, avînd în plan dimensiunea 5,00 × 6,00 m și înălțimea de 3,00 m (fig. 2).

Construcția la scară naturală, executată pe unul din șantierele Trustului de Construcții Industriale din Iași, a cărei vedere de ansamblu este prezentată în fig. 3, este alcătuită dintr-un planșeu de tip dală chesonată (cu corpuri ceramice de umplutură), în suprafață de $9 \times 15 = 135$ m², plasat pe șase stîlpi avînd înălțimea de cîte 4 m, încastrați în fundații izolate. Structura are două deschideri pe o direcție și o singură deschidere pe cealaltă direcție, iar pe contur console de 1,5 m deschidere (fig. 4).

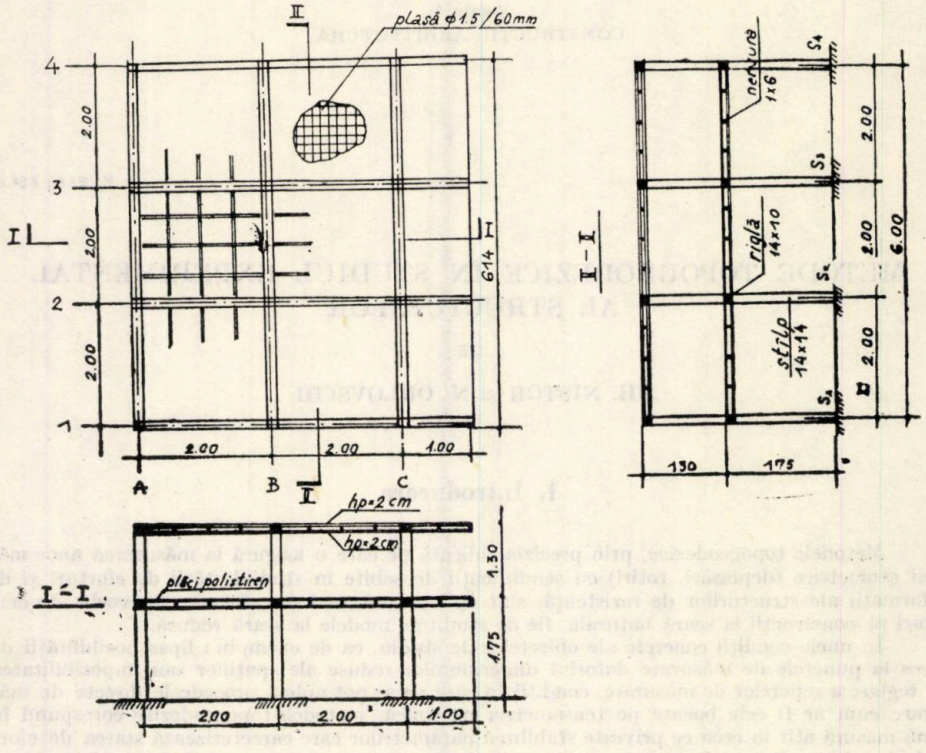

plasă ϕ1.5/60mm
nervura 1x6
riglă 14x10
stîlp 14x14
hp=2cm
hp=2cm
plăci polistiren
I-I
II-II
A
B
C
2.00
1.00
1.30
1.75
6.00

Fig. 2

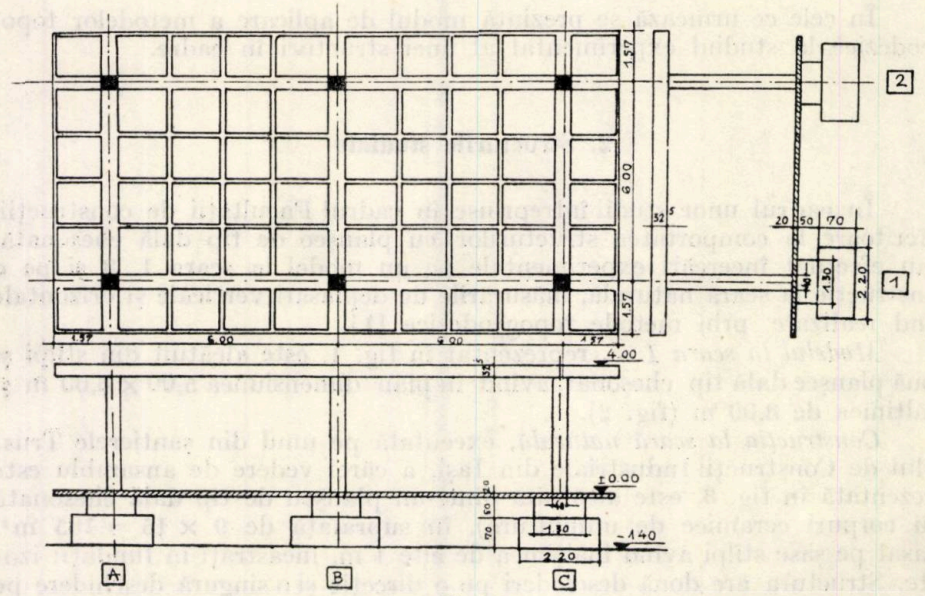

1.57
6.00
4.00
±0.00
-1.40
2.20
A
B
C
1
2

Fig. 4

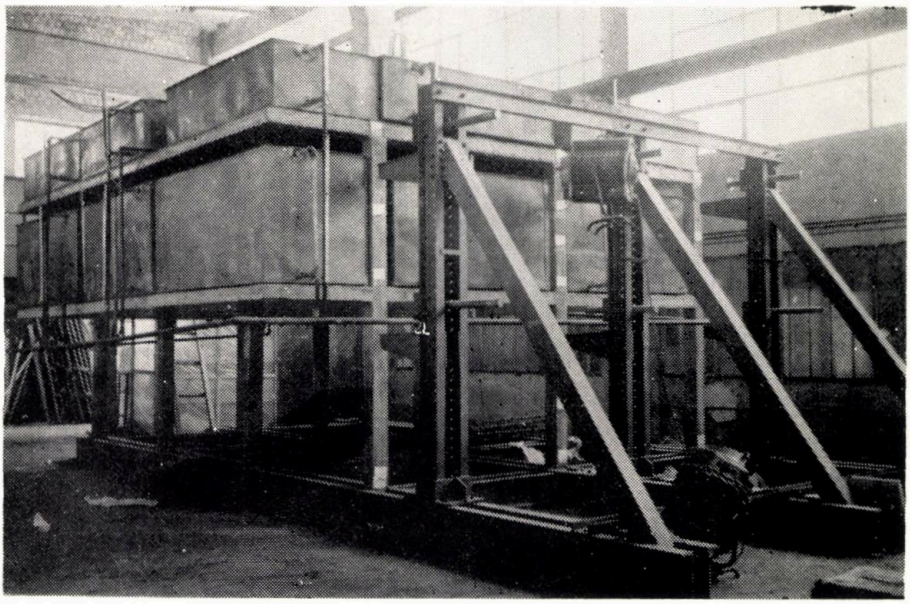


Fig. 1

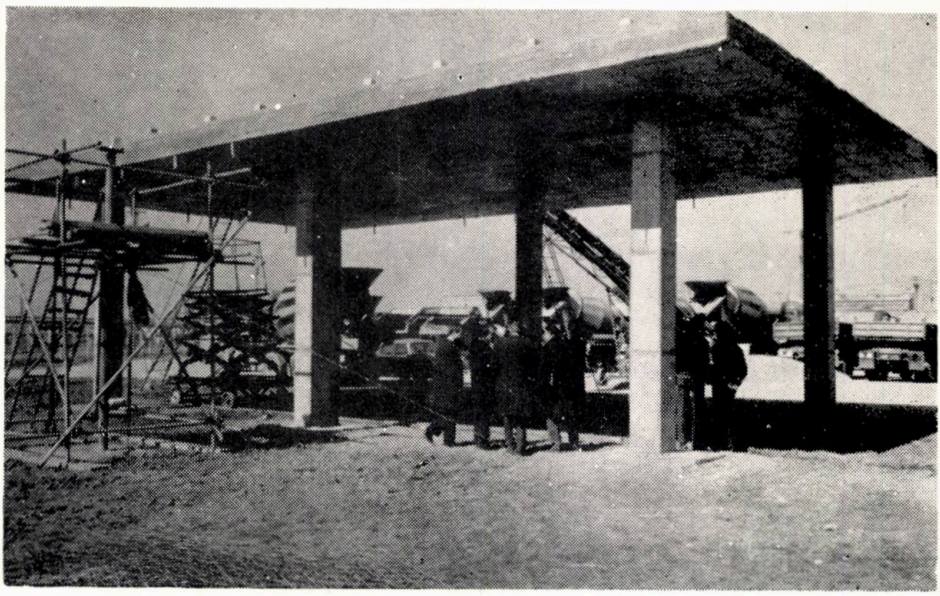


Fig. 3

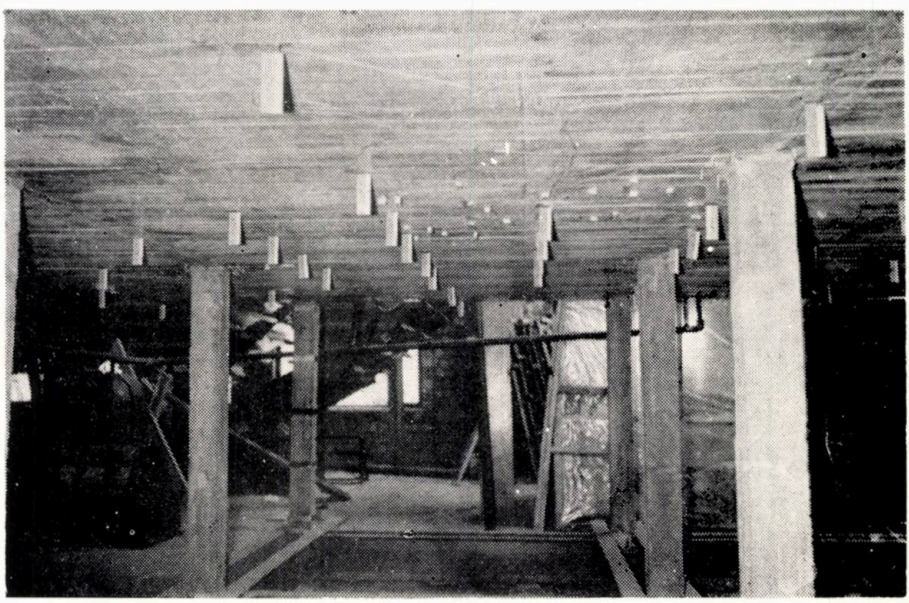


Fig. 5

3. Determinarea deplasărilor verticale

Măsurarea deplasărilor verticale ale structurii (denumite în lucrare tasări sau ridicări) s-a efectuat prin metoda nivelmentului geometric de înaltă precizie.

Principiul măsurării deplasărilor verticale constă în determinarea repetată a cotelor reperelor mobile, fixate pe structură, în raport cu mai multe repere fixe, amplasate în afara zonei de influență a acesteia.

Datorită înălțimii cuvelor metalice, care serveau la acționarea sarcinilor verticale (cu apă), în cazul modelului la scara 1 : 3, și a pietrișului cu care s-a realizat încărcarea, pe construcția la scara naturală, la măsurarea deplasărilor verticale nu s-a putut folosi sistemul obișnuit de mărci de tasare și mire cu bandă de invar, adoptîndu-se un sistem de riglete gradate, fixate în poziție verticală pe fața interioară a fiecăruia din planșee. În acest mod s-au putut determina deplasările verticale pentru 100 repere mobile, în cazul modelului la scara 1 : 3 (fig. 5) și pentru 50 repere mobile, în cazul construcției la scară naturală. Ca repere fixe, de referință, s-au folosit riglete amplasate în afara zonei de influență a structurii studiate.

Observațiile nivelitice ale reperelor fixe și mobile s-au efectuat cu ajutorul nivelului compensator Zeiss KONI 007 (fig. 6). O problemă importantă o constituie asigurarea stabilității nivelului în punctele de stație.

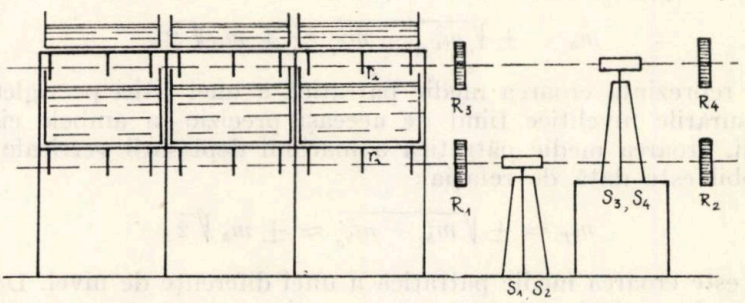


Fig. 6

Înainte de începerea observațiilor s-a determinat valoarea unei diviziuni de pe tamburul sistemului de placă cu fețe plan paralele, corespunzătoare unui milimetru de pe rigletă. Deoarece pentru deplasarea firului nivelor al nivelului pe un milimetru de pe rigletă tamburul s-a rotit cu 20 diviziuni, rezultă că o diviziune a acesteia va reprezenta 1 : 20 = 0,05 mm. Din această cauză, înainte de efectuarea unei citiri pe rigletă se aduce tamburul la poziția zero.

Citirile pe rigletele-repere mobile sînt duble : prima, reprezentată de numărul de milimetri întregi, citiți direct pe rigletă, și cea de a doua, reprezentată de fracțiunea de milimetru obținută prin înmulțirea numărului de diviziuni de pe tambur cu 0,05 mm.

Dat fiind numărul mare de repere mobile, pentru ușurința calculelor determinarea deplasărilor verticale s-a efectuat nu prin diferența cotelor, ci prin diferența diferențelor de nivel. În fiecare ciclu de observații s-au

calculat diferențele de nivel dintre reperele fixe și reperele mobile. Astfel, în ciclul inițial de observații, diferența de nivel este dată de relația

$$h_i = C_{Ri} - C_{ri}, \tag{1}$$

iar în ciclul actual de observații de

$$h_a = C_{Ra} - C_{ra}. \tag{2}$$

În relațiile de mai sus C_R reprezintă citirea pe rigleta-reper fix, iar C_r citirea pe rigleta-reper mobil.

Deplasarea verticală a fiecărui reper mobil este dată de relația :

$$\pm T = h_i - h_a. \tag{3}$$

În membrul întîi semnul plus corespunde ridicărilor iar semnul minus tasărilor.

Deplasarea verticală parțială este dată de deplasarea reperului mobil între două cicluri de observații succesive iar deplasarea totală, de deplasarea reperului mobil între ciclul de observație inițial și cel final.

Evaluarea preciziei de determinare a deplasărilor verticale s-a efectuat în modul următor. Deoarece diferența de nivel din fiecare ciclu de observații rezultă ca diferență a două citiri pe riglete avînd aceeași precizie, eroarea medie pătratică a unei diferențe de nivel se determină cu relația:

$$m_h = \pm \sqrt{m_{C_R}^2 + m_{C_r}^2} \approx \pm m_C \sqrt{2}, \tag{4}$$

unde m_C reprezintă eroarea medie pătratică a unei citiri pe rigletă.

Măsurările nivelitice fiind de aceeași precizie în ambele cicluri de observații, eroarea medie pătratică a mărimii deplasării verticale a reperului mobil este dată de relația :

$$m_T = \pm \sqrt{m_{h_i}^2 + m_{h_a}^2} \approx \pm m_h \sqrt{2}, \tag{5}$$

unde m_h este eroarea medie pătratică a unei diferențe de nivel. Dar, avîndu-se în vedere relația (4), se va putea scrie pentru eroarea medie pătratică a deplasării verticale expresia :

$$m_T = \pm 2m_C. \tag{6}$$

Pentru măsurările efectuate, erorile medii pătratice ale mărimilor deplasărilor verticale ale reperelor mobile nu au depășit valoarea de 0,1 mm.

4. Determinarea deplasărilor orizontale

Pentru determinarea deplasărilor orizontale s-au folosit două metode : metoda trigonometrică și metoda aliniamentului.

La măsurarea prin metoda trigonometrică s-a stabilit o bază de lungime fixă, delimitată la capete de două repere fixe, R_A și R_B, doi stîlpi de beton armat, care au avut la partea superioară o placă de oțel cu șurub de prindere a aparatului și a semnalului de vizare, permițînd o centrare riguroasă (fig. 7).

Pe stîlpii structurii luată în studiu s-au fixat semnalele de vizare, care reprezintă punctele de control (reperele mobile). Baza aleasă a avut lungimea $b = 6\,911$ mm.

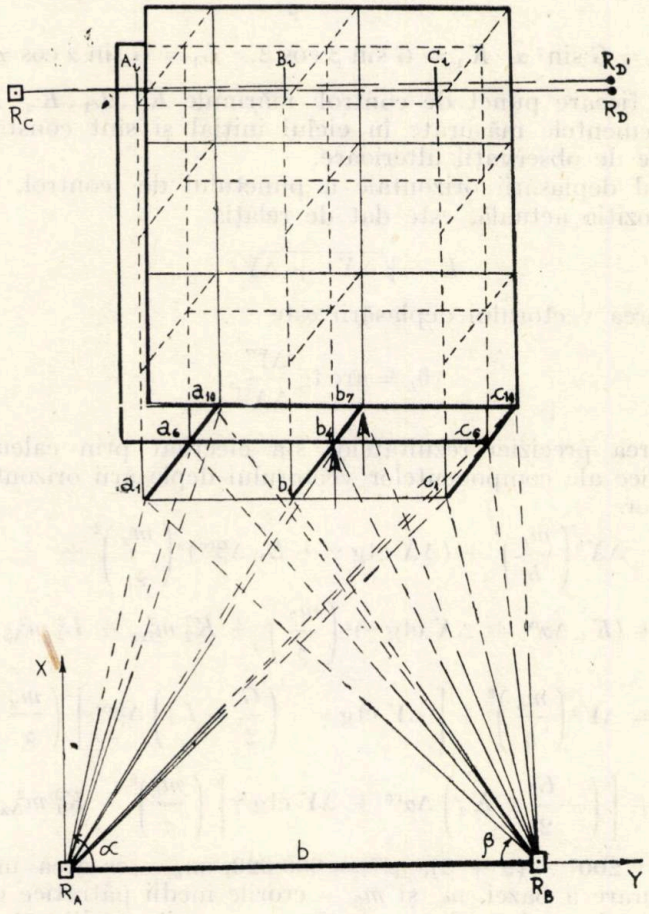


Fig. 7

În fiecare ciclu de observații, în ambele capete ale bazei s-au măsurat unghiurile orizontale α și β, cu două serii complete, folosindu-se un teodolit Zeiss Theo 010. Erorile medii pătratice ale acestor unghiuri nu au depășit valoarea de 3^{cc}.

Calculul mărimii deplasărilor orizontale și evaluarea preciziei rezultatelor s-a efectuat cu ajutorul relațiilor stabilite în lucrarea [2].

Componentele ΔX și ΔY ale vectorului deplasării orizontale a unui punct de control, în raport cu baza fixă, se determină în funcție de elementele măsurate în ciclul inițial, b, α, β, și în ciclul actual, α_1 și β_1, cu relațiile :

$$(7) \qquad \Delta X = K_2\,\Delta\alpha^{cc} + L_2\,\Delta\beta^{cc}, \quad \Delta Y = -K_1\,\Delta\alpha^{cc} + L_1\,\Delta\beta^{cc},$$

unde s-au utilizat notaţiile:

$$\Delta\alpha^{cc} = \alpha_1 - \alpha, \quad \Delta\beta^{cc} = \beta_1 - \beta, \quad G = \frac{b}{\rho}\sin^2(\alpha+\beta), \quad K_2 = G\sin^2\beta,$$

$$L_2 = G\sin^2\alpha, \quad K_1 = G\sin\beta\cos\beta, \quad L_1 = G\sin\alpha\cos\alpha.$$

Pentru fiecare punct de control mărimile K_1, L_1, K_2, L_2 sînt calculate cu elementele măsurate în ciclul iniţial şi sînt constante pentru toate ciclurile de observaţii ulterioare.

Vectorul deplasării orizontale a punctului de control, din poziţia iniţială în poziţia actuală, este dat de relaţia

$$(8) \qquad L = \sqrt{\Delta X^2 + \Delta Y^2}.$$

Orientarea vectorului deplasării este

$$(9) \qquad \theta_L = \operatorname{arc\,tg}\frac{\Delta Y}{\Delta X}.$$

Evaluarea preciziei rezultatelor s-a efectuat prin calculul erorilor medii pătratice ale componentelor vectorului deplasării orizontale cu ajutorul relaţiilor

$$(10) \quad \begin{cases} m_{\Delta x}^2 = \Delta X^2\left(\dfrac{m_b}{b}\right)^2 + (\Delta X\operatorname{ctg}\gamma + L_1\,\Delta\beta^{cc})^2\left(\dfrac{m_\alpha}{\rho}\right)^2 + \\ \qquad + (K_1\,\Delta\alpha^{cc} + \Delta X\operatorname{ctg}\gamma)^2\left(\dfrac{m_\beta}{\rho}\right)^2 + K_2^2\,m_{\Delta\alpha}^2 + L_2^2\,m_{\Delta\beta}^2, \\ m_{\Delta Y}^2 = \Delta Y^2\left(\dfrac{m_b}{b}\right)^2 + \left[\Delta Y\operatorname{ctg}\gamma + \left(\dfrac{G}{2} - L_2\right)\Delta\beta^{cc}\right]^2\left(\dfrac{m_\alpha}{\rho}\right)^2 + \\ \qquad + \left[\left(-\dfrac{G}{2} + K_2\right)\Delta\alpha^{cc} + \Delta Y\operatorname{ctg}\gamma\right]^2\left(\dfrac{m_\beta}{\rho}\right)^2 + K_1^2\,m_{\Delta\alpha}^2 + L_1^2\,m_{\Delta\beta}^2, \end{cases}$$

în care: $\gamma = 200^g - (\alpha+\beta)$, $\rho^{cc} = 636\,620$, m_b — eroarea medie pătratică de măsurare a bazei, m_α şi m_β — erorile medii pătratice de măsurare a unghiurilor orizontale α şi β, $m_{\Delta\alpha}$ şi $m_{\Delta\beta}$ — erorile medii pătratice ale diferenţelor unghiulare $\Delta\alpha^{cc}$ şi $\Delta\beta^{cc}$ care, pentru cazul cînd $m_\alpha \neq m_{\alpha_1} \neq m_\beta \neq m_{\beta_1}$ sînt date de relaţiile;

$$(11) \qquad m_{\Delta\alpha} = \pm\sqrt{m_\alpha^2 + m_{\alpha_1}^2}, \quad m_{\Delta\beta} = \pm\sqrt{m_\beta^2 + m_{\beta_1}^2}.$$

Eroarea medie pătratică a vectorului deplasării orizontale a punctului de control, de pe structura studiată, este

$$(12) \qquad m_L = \sqrt{m_{\Delta X}^2 + m_{\Delta Y}^2}.$$

Mărimea medie a acestor erori a fost de 0,12 mm.

În cazul metodei aliniamentului s-au materializat două aliniamente fixe, delimitate la un capăt de un reper fix, R_C, identic cu reperele R_A şi R_B, iar la celelalte capete de două semnale de vizare, R_D şi $R_{D'}$, fixate

pe peretele halei. Pe stîlpii structurii studiate s-au fixat, în poziție orizontală, riglete-semnal reprezentînd punctele de control (repere mobile). În fiecare ciclu de măsurare s-au efectuat citiri pe riglete, față de aliniamentele fixe R_C-R_D și respectiv, $R_{C'}$-$R_{D'}$ (fig. 7).

Deplasările orizontale ale fiecărui punct de control au rezultat ca diferențe ale citirilor efectuate în ciclul inițial și în ciclul actual, pentru fiecare aliniament :

$$L_1 = C_i^1 - C_a^1 , \quad L_2 = C_i^2 - C_a^2 . \tag{13}$$

Pentru controlul măsurării și pentru obținerea unei valori mai apropiate de valoarea adevărată, fiecare deplasare s-a determinat în raport cu cele două aliniamente, ca valoare cea mai probabilă considerîndu-se media aritmetică a celor două mărimi

$$L = \frac{L_1 + L_2}{2} . \tag{14}$$

Erorile medii pătratice ale celor două deplasări sînt

$$m_{L_1} = \pm \sqrt{m_{C_i^1}^2 + m_{C_a^1}^2}, \qquad m_{L_2} = \pm \sqrt{m_{C_i^2}^2 + m_{C_a^2}^2} \tag{15}$$

și deoarece $m_{C_i^1} \approx m_{C_a^1}$ și $m_{C_i^2} \approx m_{C_a^2}$ se poate scrie

$$m_{L_1} = m_{C_i^1} \sqrt{2}, \qquad m_{L_2} = m_{C_i^2} \sqrt{2} . \tag{16}$$

Eroarea medie pătratică a deplasării celei mai probabile, dată de media aritmetică, este

$$m_L = \pm \frac{1}{2} \sqrt{m_{L_1}^2 + m_{L_2}^2} \approx 0{,}71\, m_{L_1} \approx m_C . \tag{17}$$

În cazul ambelor metode, intervalul de încredere în care se va găsi vectorul deplasării orizontale a fiecărui punct de control este definit de inegalitatea

$$L - m_L \leqslant L \leqslant L + m_L . \tag{18}$$

Mărimile deplasărilor orizontale, determinate prin cele două metode, au fost sensibil egale, constituind o bună verificare pentru cercetarea efectuată.

5. Concluzii

Folosirea metodelor topogeodezice la determinarea deplasărilor verticale și orizontale ale unei structuri în cadre a permis obținerea unor rezultate corespunzătoare condițiilor de precizie impuse în astfel de studii.

Analiza, *a priori*, a preciziei de determinare a deplasărilor a condus la alegerea condițiilor optime de efectuare a măsurărilor iar evaluarea preciziei măsurărilor rezultate a confirmat justețea alegerii făcute.

Primită la 4 iulie 1977

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de combaterea eroziunii solului, pedologie și topografie
și
Catedra de mecanica construcțiilor

BIBLIOGRAFIE

1. Orlovschi N. şi colab., Referat faza III, etapa 2 şi 3, din 1975 şi 1976 la contractul nr. 17 773/1973 cu M.C. Ind., Iaşi, 1976.
2. Nistor Gh., *O nouă metodă analitică de calcul a deplasărilor orizontale ale construcţiilor folosind măsurările topogeodezice.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XXII (XXVI)**, *1 — 2*, s. I (1976).

MÉTHODES TOPOGÉODÉSIQUES DANS L'ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DES STRUCTURES

(Résumé)

On propose l'utilisation des méthodes topogéodesiques pour mesurer les déplacements verticaux et horizontaux des structures à l'échelle naturelle, aussi bien que des modèles a l'échelle réduite.

Pour les déplacements verticaux on utilise la méthode du nivellement géométrique, ayant une grande précision et pour les déplacements horizontaux la méthode d'alignement et la méthode trigonométrique.

Pour la plupart des cas la précision des résultats obtenus s'avère suffisante.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. Z. 624.01 ; 624.07

COMPORTAREA ȘI CALCULUL BARELOR METALICE PRETENSIONATE SOLICITATE LA ÎNTINDERE ÎN DOMENIUL PLASTIC

DE

DAN PRECUPANU, RUDOLF MÜHLBÄCHER și C. D. IONESCU

1. Stadiile de comportare ale barei pretensionate

Încercările experimentale efectuate pe bare metalice pretensionate au dus la concluzia că atingerea rezistenței admisibile în oțelul barei sau în tirant nu epuizează capacitatea portantă a elementului. Ca și la barele metalice nepretensionate, sarcina exterioară poate fi majorată peste limita comportării liniar-elastice a materialului. Avînd în vedere distribuția uniformă a tensiunilor pe secțiunea transversală încă din faza de comportare liniar-elastică, (atît pentru bară cît și pentru tirant) adaptarea plastică are loc numai la nivelul de conlucrare dintre cele două calități de oțel care alcătuiesc bara pretensionată. Fenomenul este, în consecință, asemănător celui care se întîlnește la barele cu secțiune neomogenă.

Fie o bară dreaptă metalică, pretensionată cu un tirant rectiliniu de înaltă rezistență (fig. 1), solicitată la întindere de o forță axială N. Pe măsură ce sarcina exterioară crește, bara trece prin următoarele stadii caracteristice :

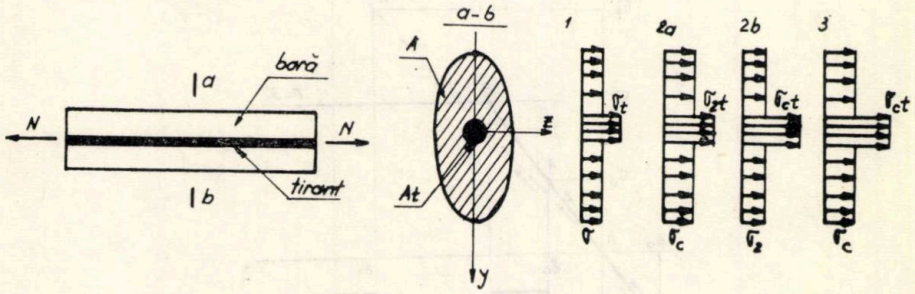


Fig. 1

1.1. *Stadiul comportării liniar-elastice*, în care tensiunile din cele două calități de oțel (al barei și al tirantului) sînt inferioare limitei de curgere a materialului respectiv (fig. 1, diagrama *1*). Acest stadiu corespunde comportării inițiale a barei. Stadiul limită se atinge în momentul cînd unul din cele două calități de oțel ajunge la curgere.

Sarcina limită în materialul care lucrează în domeniul elastic, notată cu N_e, se determină cu relația :

$$N_e = \sigma_c A + \sigma_{1t} A_t , \quad \sigma_{1t} < \sigma_{ct} , \tag{1}$$

dacă la curgere ajunge mai întîi oțelul din bară și cu relația :

$$N_e = \sigma_1 A + \sigma_{ct} A_t , \quad \sigma_1 < \sigma_c , \tag{2}$$

dacă tirantul ajunge primul la curgere. În relațiile de mai sus limitele de curgere ale oțelului moale și oțelului de înaltă rezistență s-au notat cu σ_c și respectiv σ_{ct} .

1.2. *Stadiul comportării elasto-plastice*, în care unul din materiale lucrează în domeniul elastic și celălalt în domeniul plastic. Apariția deformațiilor plastice în unul sau în celălalt material este determinată de raportul modulilor de elasticitate longitudinală ale oțelului grinzii și tirantului de pretensionare. Dacă bara ajunge prima la curgere (fig. 1, diagrama *2a*), valoarea sarcinii elasto-plastice este :

$$N_{e1-p1} = \sigma_c A + \sigma_{2t} A_t , \quad \sigma_{1t} < \sigma_{2t} < \sigma_{ct} . \tag{3}$$

Dacă în tirant se atinge mai întîi limita de curgere (fig. 1, diagrama *2b*) atunci :

$$N_{e1-p1} = \sigma_2 A + \sigma_{ct} A_t , \quad \sigma_1 < \sigma_2 < \sigma_c . \tag{4}$$

1.3. *Stadiul comportării plastice*, în care atît bara cît și tirantul ajung la curgere (fig. 1, diagrama *3*). Această fază corespunde situației în care se realizează folosirea integrală a capacităților portante ale oțelului moale și oțelului de înaltă rezistență. La acest stadiu limită ajung elementele pretensionate la care cele două calități de oțel au palier de curgere.

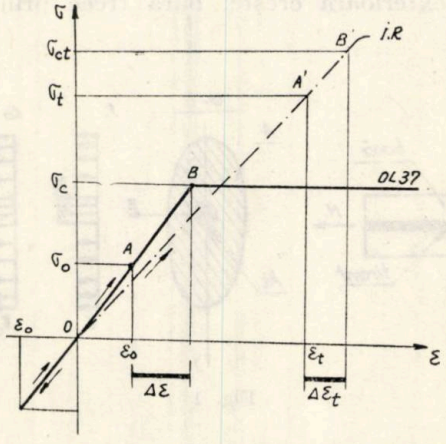


Fig. 2

Sarcina de cedare se determină cu expresia :

$$N_{p1} = \sigma_c A + \sigma_{ct} A_t . \tag{5}$$

Dacă, însă, oțelul de înaltă rezistență nu are palier de curgere pronunțat, stadiul limită *3* nu poate fi atins întotdeauna. În adevăr, dacă se notează cu ε_0 scurtarea specifică introdusă în bară în faza inițială de preîntindere a tirantului (fig. 2), alungirea specifică a tirantului este :

$$\varepsilon_{t_0} = \frac{\varepsilon_0}{n\mu}, \quad n = \frac{E_t}{E}, \quad \mu = \frac{A_t}{A}.$$

La încărcare, cînd în bară compresiunea se anulează, alungirea specifică a tirantului este :

$$\varepsilon_{t_1} = \varepsilon_{t_0} + \varepsilon_0 = \varepsilon_0 \frac{1 + n\mu}{n\mu}.$$

Pentru o alungire a barei de mărime egală cu scurtarea inițială, în tirant deformația specifică totală atinge valoarea :

$$\varepsilon_t = \varepsilon_{t_1} + \varepsilon_0 = \varepsilon_0 \frac{1 + 2n\mu}{n\mu}.$$

Capacitatea portantă a barei depinde de raportul în care se găsesc alungirile disponibile pînă la starea limită, ale celor două materiale

a) Dacă :

$$\Delta\varepsilon < \Delta\varepsilon_t \tag{6}$$

la curgere ajunge mai întîi oțelul grinzii și apoi datorită deformațiilor sale plastice accentuate se atinge limita de curgere și în oțelul tirantului.

b) Dacă :

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_t \tag{7}$$

curgerea apare simultan în bară și tirant.

c) Dacă :

$$\Delta\varepsilon > \Delta\varepsilon_t \tag{8}$$

tirantul ajunge primul la epuizarea capacității de rezistență. Lipsa deformațiilor sale plastice face ca secțiunea sa să cedeze și forța exterioară revine în întregime barei. Aceasta, neavînd capacitatea portantă necesară se distruge. Este cazul alcătuirii neraționale a elementelor pretensionate cînd nu se pot folosi capacitățile de rezistență integrale ale ambelor calități de oțel. Ținînd cont de curbele caracteristicile (fig. 2) condiția (6) se poate explicita sub forma :

$$\frac{\sigma_c - \sigma_0}{E} \leqslant \frac{\sigma_{ct} - \varepsilon_0 E_t \dfrac{1 + 2n\mu}{n\mu}}{E_t},$$

de unde rezultă :

$$n \leqslant \frac{\mu\sigma_{ct} - \sigma_0}{\mu(\sigma_c + \sigma_0)}, \tag{9}$$

sau

(10) $$\sigma_0 \leqslant \frac{\sigma_{ct} - n\sigma_c}{1 + n\mu}\mu.$$

Condițiile (9) și (10) servesc fie pentru alegerea celor două calități de oțel, fie pentru determinarea preîntinderii inițiale astfel încît în bara pretensionată să se ajungă la curgere în ambele materiale. Semnul egal corespunde atingerii simultane a curgerii în bară și tirant.

2. Calculul barei pretensionate după metoda secțiunii echivalente

Soluția rațională a barelor pretensionate corespunde cazului cînd curgerea se atinge simultan în ambele calități de oțel sau cînd la curgere ajunge întîi oțelul moale al barei. În ambele situații bara pretensionată își epuizează capacitatea de rezistență prin folosirea integrală a capacităților de rezistență ale materialelor componente. Sarcina de cedare, conform relației (5), se poate scrie și sub forma echivalentă :

11) $$N_{pl} = \sigma_c A_e ,$$

în care :

(12) $A_e = A + A_{te}$, (13) $A_{te} = \alpha_c A_t$, (14) $\alpha_c = \frac{\sigma_{ct}}{\sigma_c}$.

A_e poartă denumirea de *arie echivalentă secțiunii pretensionate* și este egală cu aria reală a barei plus aria tirantului multiplicată cu coeficientul de echivalență. Valoarea coeficientului de echivalență reprezintă raportul dintre limita de curgere a oțelului tirantului și limita de curgere a oțelului barei.

Dimensionarea secțiunii se face plecînd de la condiția (11), obținînd :

$$A_e = \frac{N_{pl}}{\sigma_c}.$$

Aria echivalentă se împarte între aria barei și aria tirantului în funcție de ceea ce se cunoaște de la început sau respectînd o anumită valoare pentru coeficientul μ. În acest ultim caz rezultă :

(15) $$A = \frac{N_{pl}}{\sigma_c (1 + \mu\alpha_c)}$$

și

(16) $$A_t = \mu A.$$

Secțiunea astfel stabilită se verifică la preîntinderea inițială a tirantului. Problema se poate rezolva direct evitînd calculul de tatonare în cazul cînd A, A_t sau μ nu sînt impuse.

2.1. *Dacă ambele calități de oțel au palier de curgere,* capacitatea portantă a barei pretensionate în faza de exploatare este determinată de relațiile :

(17) $$-\frac{X_0}{A} + \frac{N_{pl}}{A(1 + n\mu)} = \sigma_c ,$$ (18) $$\frac{X_0}{A_t} + \frac{N_{pl}\, n\mu}{A_t(1 + n\mu)} = \sigma_{ct}.$$

La preîntinderea inițială a tirantului condiția de rezistență a barei este :

$$\frac{X_0}{A} = \sigma_{a0} \cdot \tag{19}$$

Din relațiile (17)...(19) se pot determina următoarele mărimi :

$$\mu = \frac{\sigma_{a0}}{\sigma_{ct} - n(\sigma_c + \sigma_{a0})}, \tag{20}$$

$$A = \frac{N_{p1}}{(\sigma_c + \sigma_{a0})(1 + n\mu)}, \tag{21}$$

$$X_0 = \sigma_{a0} A. \tag{22}$$

Valoarea rezistenței admisibile a barei în faza de preîntindere inițială a tirantului, σ_{a0}, se alege în funcție de condițiile de stabilitate al elementului ; dacă stabilitatea este asigurată atunci se poate considera :

$$\sigma_{a0} = \sigma_c$$

și relațiile anterioare devin :

$$\mu = \frac{\sigma_c}{\sigma_{ct} - 2n\sigma_c}, \tag{20'}$$

$$A = \frac{N_{p1}}{2\sigma_c(1 + n\mu)}, \tag{21'}$$

$$X_0 = \sigma_c A. \tag{22'}$$

2.2. *Dacă oțelul tirantului nu are palier de curgere*, pretensionarea inițială trebuie să satisfacă condiția (10). În acest caz cele două condiții privitoare la atingerea curgerii în bară și tirant, în faza de exploatare, se concentrează în una singură, de forma (5). Rezultă deci :

$$A = \frac{N_{p1}}{\sigma_c + \mu\sigma_{ct}}, \tag{23}$$

$$X_0 = \sigma_0 A. \tag{24}$$

Dacă valoarea coeficientului μ este impusă, din relația (10) rezultă σ_0. Invers, cunoscînd σ_0 se poate obține :

$$\mu \geqslant \frac{\sigma_0}{\sigma_{ct} - n(\sigma_c + \sigma_0)}, \tag{25}$$

relație, care la limită, este asemănătoare cu expresia (20) din **§ 2.1.**

3. Concluzii

1. Capacitatea portantă a unei bare pretensionate, solicitată la întindere, depinde de caracteristicile elastice și mecanice ale oțelurilor folosite la realizarea ei. Oțelurile cu palier de curgere pronunțată conduc la soluțiile cele mai raționale, deoarece permit întotdeauna folosirea integrală a capacităților de rezistență ale ambelor calități de oțel.

Barele pretensionate cu tiranți de înaltă rezistență, fără palier de curgere, reprezintă soluții raționale numai dacă este îndeplinită condiția (10).

2. Rezistența în faza de pretensionare inițială se poate stabili astfel încît să se țină cont atît de condiția capacității portante cît și de cea de stabilitate a barei.

3. La întindere centrică ca și la încovoiere, secțiunea barei pretensionate se comportă ca o secțiune neomogenă, fiecare material încărcîndu-se în raport cu capacitatea sa de rezistență. În aceste condiții este posibil

ca, din punct de vedere al capacităţii portante, secţiunea pretensionată să poată fi înlocuită în calcule cu o secţiune echivalentă nepretensionată. Valoarea coeficientului de echivalenţă reprezintă raportul dintre tensiunile efective din tirant şi bara metalică.

4. Pentru realizarea unei bare pretensionate, limita de curgere a oţelului din tirant trebuie să satisfacă condiţia :

$$\sigma_{ct} \geqslant 2n\sigma_c .$$

5. Modulul de elasticitate al oţelului tirantului influenţează atît valoarea pretensionării iniţiale cît şi secţiunea barei. Avantajoase, din acest punct de vedere, sînt oţelurile cu valori cît mai ridicate ale acestei caracteristici elastice (rel. (10), (20)). Ele conduc la pretensionări iniţiale reduse şi la secţiuni mici ale barei de oţel. Această creştere absolută a valorii modulului de elasticitate poate fi înlocuită prin alegerea de aşa natură a celor două calităţi de oţel, pentru bară şi tirant, încît factorul $n = E_t/E$ să fie cît mai mare. În aceste condiţii o pretensionare este cu atît mai eficace cu cît tirantul are un modul de elasticitate mai mare decît cel al oţelului barei.

6. Mărimea ariei secţiunii barei depinde de limita de curgere a oţelului respectiv. Cu cît această limită este mai ridicată cu atît secţiunea rezultă mai mică.

Primită la 12 octombrie 1976.

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de mecanica construcţiilor
şi
Catedra de căi de comunicaţii
şi fundaţii

BIBLIOGRAFIE

1. Гандаров И. В., *Предварительно напряжения металлические конструкции.* Ленинград, 1971.
2. Precupanu D., *Considérations sur le calcul dans le domaine plastique des poutres métalliques présolicitées.* Symposium on Plastic Analysis of Structures, Jassy, 1972.

COMPORTEMENT ET CALCUL DES BARRES MÉTALLIQUES PRÉTENSIONNÉES, SOLLICITÉES PAR UN EFFORT NORMAL DANS LE DOMAINE PLASTIQUE

(Résumé)

On étudie le problème des barres métalliques prétensionnées à tirant rectiligne, sollicitées au-delà de la limite élastique. En partant des résultats des essais expérimentaux, qui démontrent que ces barres passent par les mêmes états caractéristiques que celles nonhomogènes, on formule les relations de calcul pour chaque état d'adaptation plastique.

Le travail se rapporte aux barres réalisées en aciers dont la limite d'écoulement est bien marquée. Dans le cas où le tirant est réalisé en acier supérieur, sans propriétés plastiques, on établie les conditions d'emploi optimum de ces tirants.

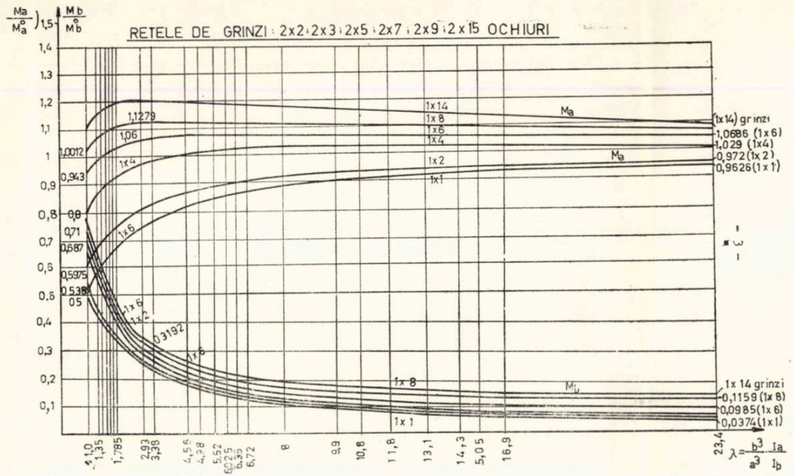


Fig. 2

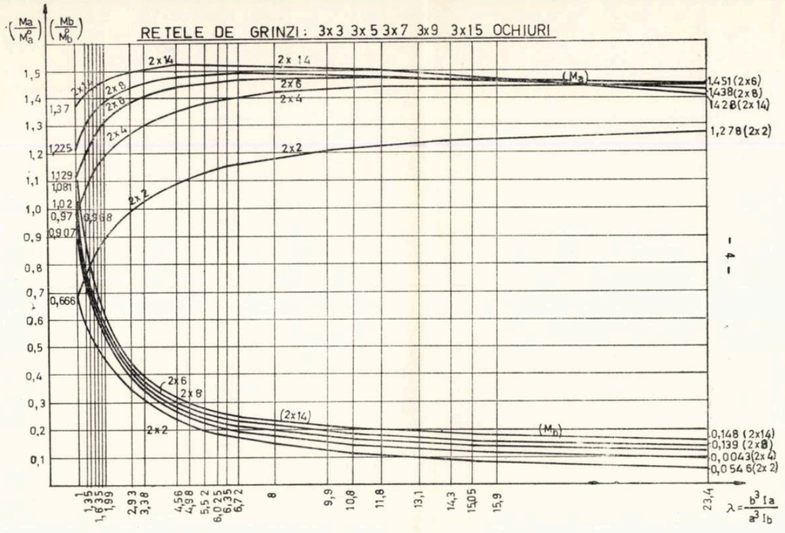


Fig. 3

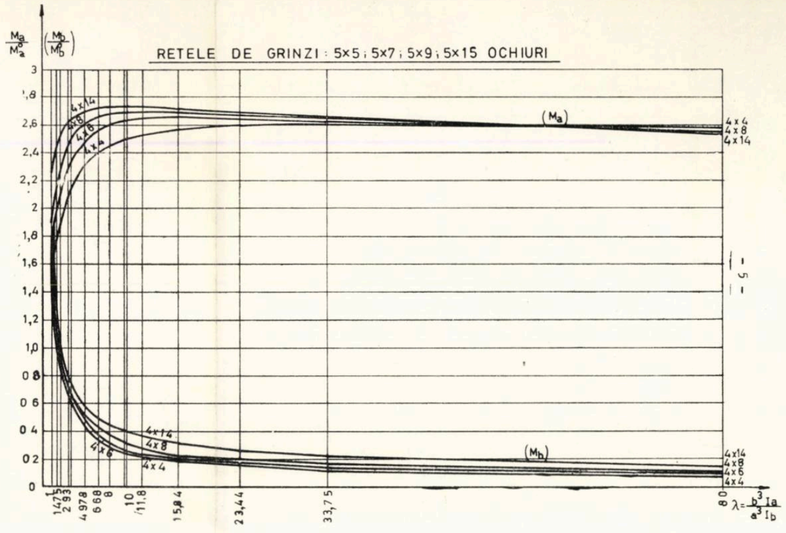


Fig. 4

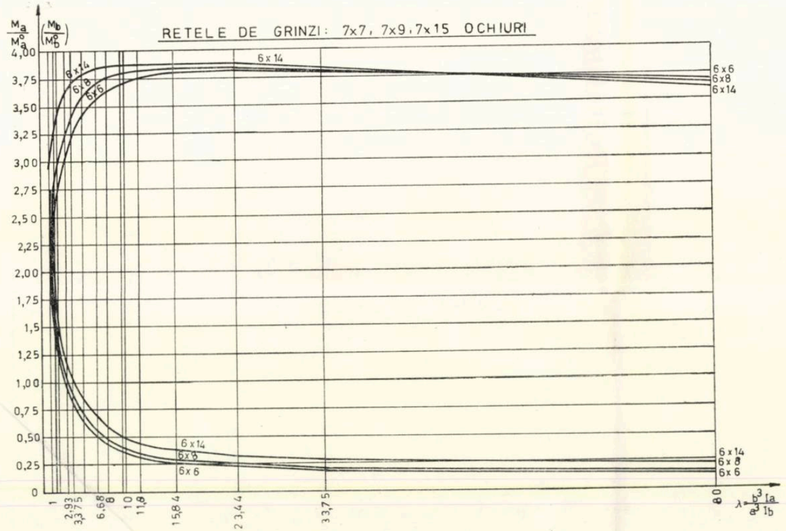


Fig. 5

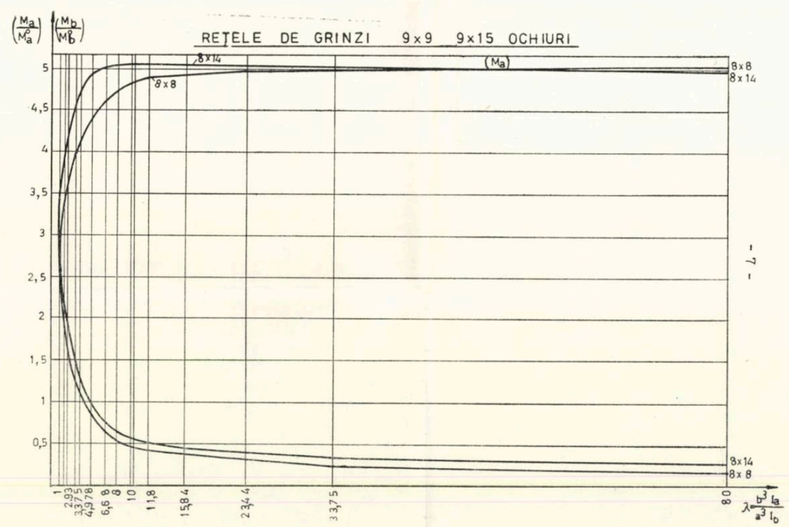


Fig. 6

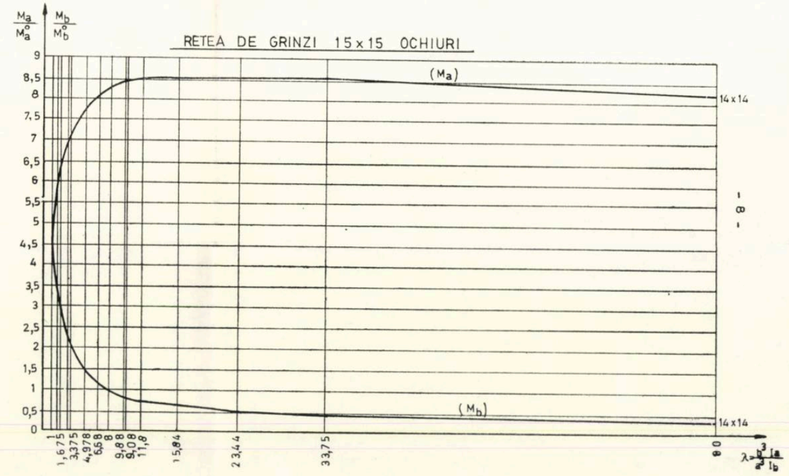
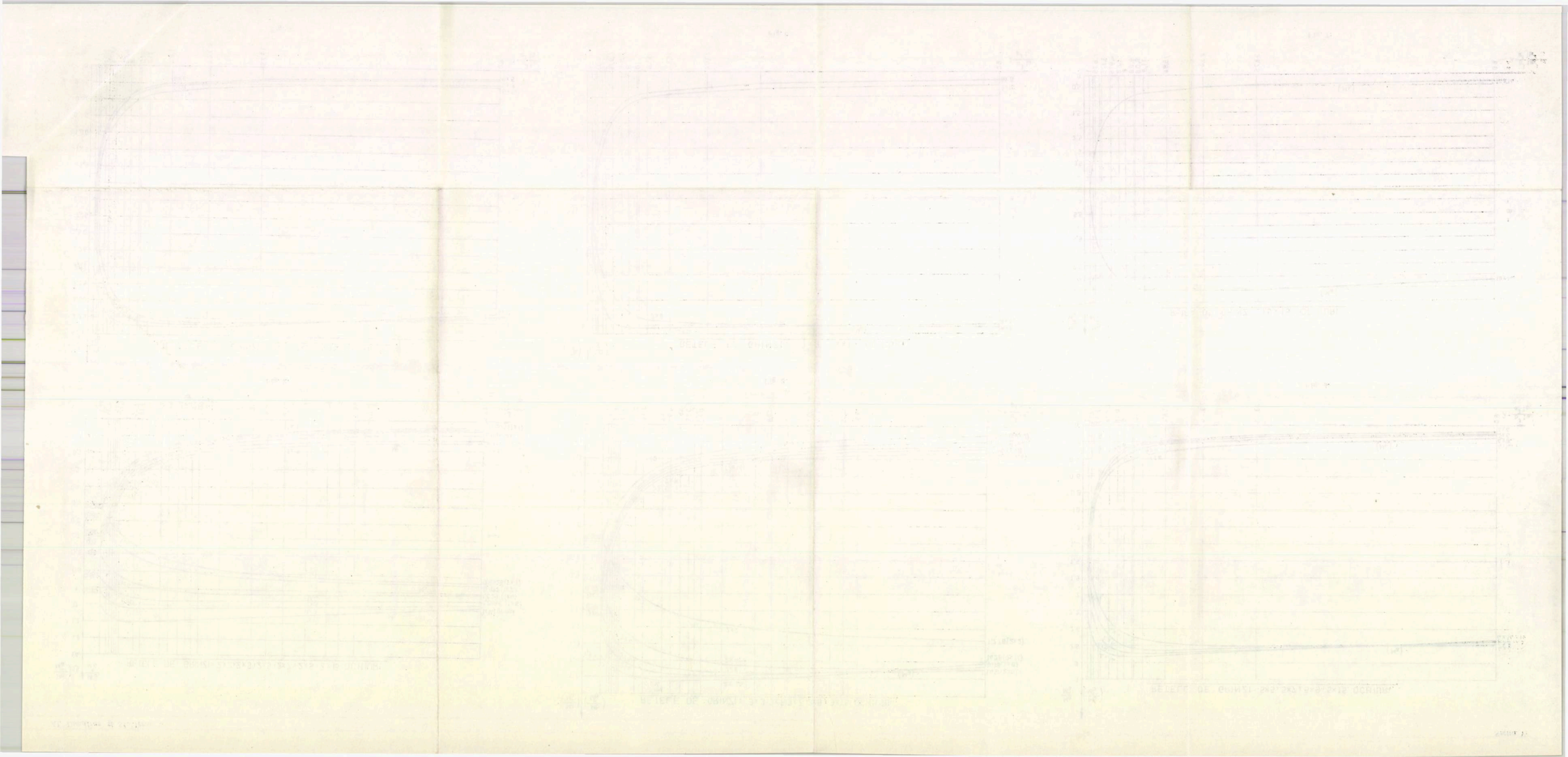


Fig. 7



BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. Z. 624.07

ASPECTE ALE CALCULULUI REȚELELOR DE GRINZI ÎN DOMENIUL ELASTIC

DE

AL. DUMITRAȘ și ȘT. JERCA

1. Pentru acoperirea unor suprafețe de mari deschideri (săli de spectacole, hale industriale) se folosesc ca structuri de rezistență, în construcții, rețelele de grinzi.

Pentru determinarea stărilor de eforturi și deformații la aceste structuri de rezistență, supuse acțiunii încărcărilor exterioare, se utilizează o serie de metode bazate pe scrierea ecuațiilor de echilibru elastic (metoda forțelor) sau a ecuațiilor de echilibru static (metoda deplasărilor), în nodurile rețelelor de grinzi.

În prezent se utilizează pe scară largă formularea matriceală a relațiilor obținute cu ajutorul metodelor susmenționate, datorită avantajelor pe care le prezintă în programare la mașinile cifrice de calcul.

Pentru determinarea eforturilor maxime necesare dimensionării grinzilor după cele două direcții ale rețelei se prezintă o metodă foarte simplă, bazată pe folosirea unor abace.

2. Pentru trasarea acestor abace se consideră, spre exemplu, rețeaua de grinzi din fig. 1 la care se determină momentele maxime în grinzi după cele două direcții, folosindu-se metoda forțelor. Se obține

$$(1)\quad M_a = \frac{P\lambda}{1+\lambda}\cdot\frac{a}{4}, \qquad (2)\quad M_b = \frac{P}{1+\lambda}\cdot\frac{b}{4},$$

unde :

$$(3)\quad \lambda = \frac{b^3}{a^3}\cdot\frac{I_a}{I_b}, \qquad (4)\quad P = q\frac{ab}{4},$$

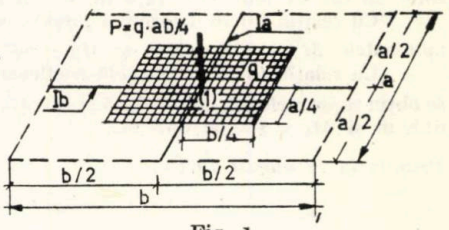


Fig. 1

cu : I_a — momentul de inerție al grinzilor după direcția a (latura scurtă), I_b — momentul de inerție al grinzilor după direcția b (latura lungă), a, b — laturile conturului rețelei de grinzi, q — sarcina uniform distribuită.

Se introduc notațiile :

$$(5)\quad M_a^0 = \frac{Pa}{4}, \qquad (6)\quad M_b^0 = \frac{Pb}{4},$$

unde : M_a^0 — momentul maxim la grinda simplu rezemată, produs de sarcina P aferentă nodului, considerată că acționează la mijlocul grinzii, iar M_b^0 — momentul maxim la grinda simplu rezemată, după direcția b.

Prin introducerea expresiilor (5) și (6) în (1) și (2) se obțin relațiile :

$$(7) \qquad \frac{M_a}{M_a^0} = \frac{\lambda}{1+\lambda}, \qquad (8) \qquad \frac{M_b}{M_b^0} = \frac{1}{1+\lambda},$$

cu ajutorul cărora se trasează abacele reprezentate în fig. 2. Pentru trasarea acestor abace s-au determinat momentele M_a și M_b cînd :

1. Raportul momentelor de inerție a grinzilor după cele două direcții a variat în modul următor :

$$\frac{I_a}{I_b} = 1 ; \ 1{,}35 ; \ 1{,}475 ; \ 1{,}635 ; \ 1{,}785 ; \ 1{,}88 ; \ 1{,}99 ; \ 2{,}93 ; \ 10.$$

2. Raportul laturilor conturului rețelei de grinzi a variat în modul următor :

$$\frac{b}{a} = 1 ; \ 1{,}5 ; \ 2.$$

Luîndu-se în considerare valorile rapoartelor I_a/I_b și b/a susmenționate, s-au trasat abace pentru rețele de grinzi de 2×2 pînă la 15×15 ochiuri (fig. 2...7).

Toate tipurile de rețele de grinzi au fost încărcate cu o sarcină uniform distribuită $q = 300$ daN/m^2. Sarcina concentrată ce revine fiecărui nod s-a calculat cu relația

$$(9) \qquad P = q\frac{ab}{mn},$$

unde: m — numărul de ochiuri după direcția laturii a, n — numărul de ochiuri după direcția laturii b.

3. Pentru exemplificarea modului de folosire a abacelor se consideră rețeaua de grinzi simplu rezemată pe contur acționată de o sarcină uniform distribuită $q = 100$ daN/m^2.

Rețeaua de 5/7 ochiuri are raportul momentelor de inerție $I_a/I_b = 1{,}5$ și laturile conturului cu dimensiunile $b = 12{,}6$ m, $a = 5$ m.

Cu relația (9) se determină sarcina corespunzătoare nodului iar cu relațiile (5) și (6) momentele $M_a^0 = 225$ daN m și $M_b^0 = 567$ daN m.

Cu relația (3) se determină coeficientul $\lambda = 24{,}0045$ și cu ajutorul abacelor din fig. 4 se obțin rapoartele $M_a/M_a^0 = 2{,}65$ și $M_b/M_b^0 = 0{,}18$ de unde se deduc momentele : $M_a = 596{,}25$ daN m și $M_b = 102{,}02$ daN m.

Primită la 12 august 1976

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mecanica construcțiilor

BIBLIOGRAFIE

1. Clarksom J., *The Elastic Analysis of Flat Grillages.* Cambridge University Press, 1965.
2. Dumitraș Al., *Calculul rețelelor de grinzi în domeniul elasto-plastic.* Lucrările celei de a III-a Conferințe de mecanică tehnică, Buc., oct. 1970.

ASPECTS CONCERNANT LE CALCUL DES RÉSEAUX DE POUTRES DANS LE DOMAINE ÉLASTIQUE

(Résumé)

On présente une série de graphiques à l'aide des quels on peut déterminer directement les moments fléchissants maximum, nécessaires au calcul des dimensions des poutres suivant les deux directions du réseau.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

D. C. 624.04 ; 624.1

EIN DIREKTES VERFAHREN FÜR DIE BESTIMMUNG DER MATRIX DER SEITLICHEN STEIFIGKEIT MIT BERÜCKSICHTIGUNG DES EINFLUSSES DES GRÜNDUNGSBODENS

VON

C. D. IONESCU

1. In der Zeitdauer der seismischen Aktionen versetzt der Gründungsboden das Bauwerk in eine Bewegung um einen augenblicklichen Drehmittelpunkt. Durch die Zerlegung dieser Bewegung, der Art der planparallelen Bewegung, beziehen wir uns in diesem Beitrag auf die horizontale Translation und auf die Drehbewegung um eine Senkrechte auf die Gründungssohle des Bauwerkes.

Die seismischen Berechnungsmethoden, die durch die gültigen Vorschriften empfohlen werden, nehmen den Gründungsboden als ein starres Medium an und der Einfluß der Verformbarkeit des Bodens wird vernachlässigt.

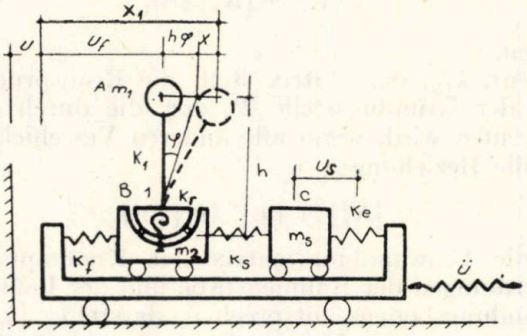


Abb. 1

Um in die Berechnungen den Einfluß der Verformbarkeit des Gründungsbodens einzuführen, nehmen wir ein Modell (Abb. 1) an, bei welchem der Bau elastisch in dem Gründungsboden eingespannt ist und jede Masse des Modells eine horizontale Translationsbewegung ausführt und eine Drehbewegung infolge der Drehung der Gründung. (Es wurde mit m_0 die Masse der Gründung und mit m_s die Masse des anliegenden Gründungsbodens, welcher an der seismischen Bewegung teilnimmt, bezeichnet).

Das System hat vier Freiheitsgrade, und wir schreiben die vier Bedingungsgleichungen folgendermassen :

$$(1)\quad \begin{cases} m_1(\ddot{x}_1+\ddot{u})+k_1(x_1-u_f-h\varphi)=0, \\ m_2(\ddot{u}_f+\ddot{u})+(k_f+k_s)\,u_f-k_1(x_1-u_f-h\varphi)-k_s u_s=0, \\ m_s(\ddot{u}_s+\ddot{u})+(k_s+k_e)\,u_s-k_s u_f=0,\ I\ddot{\varphi}+m_1(\ddot{x}_1+\ddot{u})\,h+k_r\varphi=0. \end{cases}$$

Drückt man $m_1(\ddot{x}_1+\ddot{u})$ aus der ersten Gleichung aus, und setzt man diesen Ausdruck in die letzte Gleichung des Systems (1) ein, so erhält man das System :

$$(2)\quad \begin{cases} m_1\ddot{x}_1+k_1 x_1-k_1 u_f-k_1 h\varphi=-m_1\ddot{u}, \\ m_2\ddot{u}_f-k_1 x_1+(k_1+k_f+k_s)\,u_f-k_s u_s+k_1 h\varphi=-m_2\ddot{u}, \\ m_s\ddot{u}_s-k_s u_f+(k_s+k_e)u_s=-m_s\ddot{u},\ I\ddot{\varphi}-k_1 h x_1+k_1 h u_f+(k_1 h^2+k_r)\varphi=0, \end{cases}$$

oder in einer Matrixausdreckung :

$$(3)\qquad [m]\begin{Bmatrix} x \\ \vdots \\ \varphi \end{Bmatrix}+[K_L^c]\begin{Bmatrix} x \\ \vdots \\ \varphi \end{Bmatrix}=-[m]\begin{Bmatrix} 1 \\ \vdots \\ 0 \end{Bmatrix},$$

wobei $[K_L^c]$, die Matrix der seitlichen Steifigkeit in der Verbundwechselwirkung mit dem Gründungsboden darstellt.

2. Um die Matrix der seitlichen Steifigkeit zu bestimmen, muß zuerst die Matrix der Steifigkeit der Struktur, die durch Befriedigung folgender Gleichung definiert wird,

$$(4)\qquad \{P\}=[K_c]\,\{\Delta\},$$

bestimmt werden.

Ein Element, k_{ij}, der Matrix stellt die Beanspruchung im Knotenpunkt oder an der Gründugsstelle P_i dar, die durch eine Verschiebung $\Delta_j=1$ hervorgerufen wird, wenn alle anderen Verschiebungen gleich Null sind. Es folgt die Beziehung

$$(5)\qquad [K_c]=[a_c]^T\,[k_c]\,[a_c],$$

worin : $[a_c]$ — die Umwandlungsmatrix der Knotenpunktverschiebungen $\{\Delta\}$ in die Verformungen der Rahmenstäbe und der Federn, die der Modellierung des Gründungsbodens entsprechen, darstellt ; $[k_c]$ stellt die quasidiagonale zusammengesetzte Matrix dar und umfaßt die Steifigkeitsmatrixen aller Stäbe und aller Federn, die den Baugrund modellieren (k_f, k_r, k_s, k_e).

3. Die Matrix der seitlichen Steifigkeit in der Verbundwechselwirkungsweise mit dem Gründungsboden stellt die Verbindung zwischen den Rückgangskräften und den Seitenverschiebungen der Decken, der Gründung und der Masse des anliegenden Baugrundes dar.

Um die Matrix der seitlichen Steifigkeit im Verbund zu bestimmen unterteilen wir in fünf Untervektoren den Vektor der äusseren Kräfte als auch den Vektor der Verschiebungen :

$$(6)\qquad \{P\}=\begin{Bmatrix}\{Q_x\}\\ \{Q_u\}\\ \{\mathcal{M}_\varphi\}\\ \{V\}\\ \{\mathcal{M}_\theta\}\end{Bmatrix},\qquad \{\Delta\}=\begin{Bmatrix}\{x\}\\ \{u\}\\ \{\varphi\}\\ \{y\}\\ \{\theta\}\end{Bmatrix},$$

wobei folgende Bezeichnungen verwendet worden sind : $\{Q_x\}$ — seitliche Kräfte die an den Decken angreifen, $\{Q_u\}$ — seitliche Kräfte die an der Gründung und an der anliegenden Gründungsbodenmasse angreifen, $\{\mathcal{M}_\varphi\}$ — Moment das an der Gründung angreift, $\{V\}$ — vertikale Kräfte, $\{\mathcal{M}_\theta\}$ — Momente die in den Rahmenknotenpunkten angreifen, $\{x\}$ — horizontale Verschiebungen der Decken, $\{u\}$ — horizontale Verschiebungen der Gründung und der anliegenden Masse, $\{y\}$ — vertikale Verschiebungen, $\{\varphi\}$ — Drehung der Gründung, $\{\theta\}$ — Drehung der Rahmenknotenpunkte.

Teilt man auch die Matrix $[a_c]$ laut Gleichungen (6) auf, erhält man :

$$(7)\qquad [a_c]=[[a_k]\,[a_u]\,[a_\varphi]\,[a_y]\,[a_\theta]].$$

Durch die Vernachlässigung der vertikalen Trägheitskräfte $\{V\}$ und jene bezüglich der Verdrehung der Knotenpunkte $\{\mathcal{M}_\theta\}$ wird die Gleichung (4) durch Aufteilung der Matrix $[k_c]$ zu :

$$(8)\qquad \begin{Bmatrix}\{Q_k\}\\ \{Q_u\}\\ \{\mathcal{M}_\varphi\}\\ \{0\}\\ \{0\}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}[K_1] & [K_2] & [K_3] & [K_4] & [K_5]\\ [K_6] & [K_7] & [K_8] & [K_9] & [K_{10}]\\ [K_{11}] & [K_{12}] & [K_{13}] & [K_{14}] & [K_{15}]\\ [K_{16}] & [K_{17}] & [K_{18}] & [K_{19}] & [K_{20}]\\ [K_{21}] & [K_{22}] & [K_{23}] & [K_{24}] & [K_{25}]\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\{x\}\\ \{u\}\\ \{\varphi\}\\ \{y\}\\ \{\theta\}\end{Bmatrix},$$

wobei :

$$(9)\qquad \begin{aligned}&[K_1]=[a_x]^T\,[k_c]\,[a_x],\ [K_2]=[a_x]^T\,[k_c]\,[a_u]\,,....,\\ &[K_6]=[a_u]^T\,[k_c]\,[a_x],...,\quad [K_{25}]=[a_\theta]^T\,[k_c]\,[a_\theta].\end{aligned}$$

Das System (8) wird unter den Form

$$(10)\qquad \begin{cases}[K_1]\{x\}+[K_2]\{u\}+[K_3]\{\varphi\}+[K_4]\{y\}+[K_5]\{\theta\}=\{Q_x\},\\ [K_6]\{x\}+[K_7]\{u\}+[K_8]\{\varphi\}+[K_9]\{y\}+[K_{10}]\{\theta\}=\{Q_u\},\\ [K_{11}]\{x\}+[K_{12}]\{u\}+[K_{13}]\{\varphi\}+[K_{14}]\{y\}+[K_{15}]\{\theta\}=\{\mathcal{M}_\varphi\},\\ [K_{16}]\{x\}+[K_{17}]\{u\}+[K_{18}]\{\varphi\}+[K_{19}]\{y\}+[K_{20}]\{\theta\}=\{0\},\\ [K_{21}]\{x\}+[K_{22}]\{u\}+[K_{23}]\{\varphi\}+[K_{24}]\{y\}+[K_{25}]\{\theta\}=\{0\},\end{cases}$$

geschrieben.

Aus (10_5) bestimmt man den Vektor $\{\theta\}$, welcher in (10_4) eingesetzt wird, wobei man den Vektor :

$$\{y\} = \left[[K_y^x]\,[K_y^u]\,[K_y^\varphi] \begin{Bmatrix} \{x\} \\ \{u\} \\ \{\varphi\} \end{Bmatrix} \right], \tag{11}$$

erhält, wobei

$$[K_y^x] = -[D]^{-1}[A], \quad [K_y^u] = -[D]^{-1}[B], \quad [K_y^\varphi] = -[D]^{-1}[C];$$

es folgt :

$$[A] = [K_{16}] - [K_{20}]\,[K_{25}]^{-1}[K_{21}], \quad [B] = [K_{17}] - [K_{20}]\,[K_{25}]^{-1}[K_{22}],$$
$$[C] = [K_{18}] - [K_{20}]\,[K_{25}]^{-1}[K_{23}], \quad [D] = [K_{19}] - [K_{20}]\,[K_{25}]^{-1}[K_{24}].$$

Der Vektor $\{\theta\}$ wird :

$$\{\theta\} = [[K_\theta^x]\,[K_\theta^u]\,[K_\theta^\varphi]] \begin{Bmatrix} \{x\} \\ \{u\} \\ \{\varphi\} \end{Bmatrix}, \tag{12}$$

wobei :

$$[K_\theta^x] = -[K_{25}]^{-1}([K_{21}] + [K_{24}]\,[K_y^x]), \quad [K_\theta^u] = -[K_{25}]^{-1}([K_{22}] +$$
$$+ [K_{24}]\,[K_y^u]), \quad [K_\theta^\varphi] = -[K_{25}]^{-1}([K_{23}] + [K_{24}]\,[K_y^\varphi]).$$

Wenn man die Ausdrücke (11) und (12) in $(10_1)...(10_3)$ einsetzt, erhält man :

$$\{Q_x\} = [[K_x^x]\,[K_x^u]\,[K_x^\varphi]] \begin{Bmatrix} \{x\} \\ \{u\} \\ \{\varphi\} \end{Bmatrix}, \tag{13}$$

$$\{Q_u\} = [[K_u^x]\,[K_u^u]\,[K_u^\varphi]] \begin{Bmatrix} \{x\} \\ \{u\} \\ \{\varphi\} \end{Bmatrix}, \tag{14}$$

$$\{\mathcal{M}_\varphi\} = [[K_\varphi^x]\,[K_\varphi^u]\,[K_\varphi^\varphi]] \begin{Bmatrix} \{x\} \\ \{u\} \\ \{\varphi\} \end{Bmatrix}. \tag{15}$$

Die Steifigkeitsmatrix mit der Verbundwechselwirkung des Gründungsbodens hat die Form :

$$[K_L^e] = \begin{bmatrix} [K_x^x]\,[K_x^u]\,[K_x^\varphi] \\ [K_u^x]\,[K_u^u]\,[K_u^\varphi] \\ [K_\varphi^x]\,[K_\varphi^u]\,[K_\varphi^\varphi] \end{bmatrix}, \tag{16}$$

wobei : $[K_x^x]$ stellt die Matrix der seitlichen Steifigkeit der Struktur ohne Verbundwechselwirkung mit dem Gründungsboden dar, $[K_u^u]$ — die Matrix die die Verbundwechselwirkung bei der horizontalen Translationsbewegung hervorhebt, $[K_\varphi^\varphi]$ — die Matrix die den Einfluß der Drehung der Gründung charakterisiert.

4. Als Beispiel betrachten wir den Fall aus Abb. 1.

$$[a_k] = \begin{matrix} \Delta A_x \\ \left\{\begin{matrix} -1/h \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{matrix}\right. \end{matrix} \begin{matrix} \\ \left.\begin{matrix} \theta_1 \\ u_f \\ u_s \\ \varphi \\ u_e \end{matrix}\right\} \end{matrix}, \quad [a_u] = \begin{matrix} \Delta B_x & \Delta C_x \\ \left[\begin{matrix} 1/h & 0 \\ 1 & 0 \\ -1 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{matrix}\right. \end{matrix},$$

$$[a_\varphi] = \begin{matrix} B_\varphi \\ \left\{\begin{matrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{matrix}\right. \end{matrix}, \quad [k_c] = \begin{bmatrix} 3EI/h & & & & 0 \\ & k_f & & & \\ & & k_s & & \\ & & & k_r & \\ 0 & & & & k_c \end{bmatrix},$$

Man berechnet $[K_1] \dots [K_{25}]$ mit den Gleichungen (9), dann mit den Gleichungen (11)...(15) und bestimmt dann $[K_x^x] \dots [K_\varphi^\varphi]$. Die Matrix der seitlichen Steifigkeit hat zuletzt folgende Form :

$$[K_L^c] = \begin{bmatrix} 3EI/h^3 & 3EI/h^3 & 0 & -3EI/h^2 \\ -3EI/h^3 & 3EI/h^3 + k_s + k_f & -k_s & 3EI/h^2 \\ 0 & -k_s & k_s + k_e & 0 \\ -3EI/h^2 & 3EI/h^2 & 0 & 3EI/h + k_r \end{bmatrix}.$$

Das dargestellte Verfahren kann bei Rahmenstrukturen mit einer gegebenen Zahl von Stockwerken angewandt werden, wobei es den Vorteil einer einheitlichen Auslegung besitzt und äusserst vorteilhaft für einen Komputer programmiert werden kann.

Eingegangen am 9. Juli 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Baumechanik

LITERATURVERZEICHNISS

1. Ciongradi I., *Contribuții la determinarea răspunsului seismic neliniar al structurilor în cadre.* Dokt. Diss., TH., Jassy, 1971.
2. Ionescu C. D., *Contribuții la determinarea răspunsului seismic al structurilor în cadre în conlucrare cu terenul de fundație.* Dokt. Diss., TH, Jassy, 1973.

UN PROCEDEU DIRECT PENTRU DETERMINAREA MATRICEI DE RIGIDITATE LATERALĂ CU LUAREA ÎN CONSIDERARE A INFLUENȚEI TERENULUI DE FUNDAȚIE

(Rezumat)

Se expune un procedeu pentru determinarea matricei de rigiditate laterală a structurilor în conlucrare cu terenul de fundație. În acest scop se pleacă de la un model dinamic în care s-a modelat și masa pămîntului adiacent fundației. Modelul fizic poate efectua atît translații orizontale cît și o rotire generală față de un ax perpendicular pe talpa fundației.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

D. C. 627.8 ; 550.3

FINITE ELEMENT — FINITE DIFFERENCE METHOD FOR A FLAT UPSTREAM DAM—RESERVOIR SEISMIC ANALYSIS

BY

HORIA BĂRBAT and V. BREABĂN

1. Although Westergaard's solution for hydrodynamic pressures on dams is still used by many design codes in different countries, the deformations which occur in the dam during an earthquake modify the hydrodynamic pressures and the problem has to be treated as an interaction one [1]. In addition to this, the effect of the foundation deformability imposes the calculation of earthquake response of the dam by solving a triple interaction problem (dam — foundation — reservoir). The dam — foundation interaction [2] and the dam — — reservoir interaction [3] were solved, using the finite element technique.

2. For dams with inclined upstream faces, the triple interaction problem is solved in this paper by considering the horizontal component of the ground motion. The dam and the foundation are discretized by finite element method, the water being considered as an elastic, compressible continuum. The wave equation which governs its motion is solved by the finite difference method.

3. According to the substructure analysis used herein, the dam and the foundation (first substructure) are discretized in finite elements and the water (second substructure) is considered to be an elastic, compressible continuum (Fig. 1).

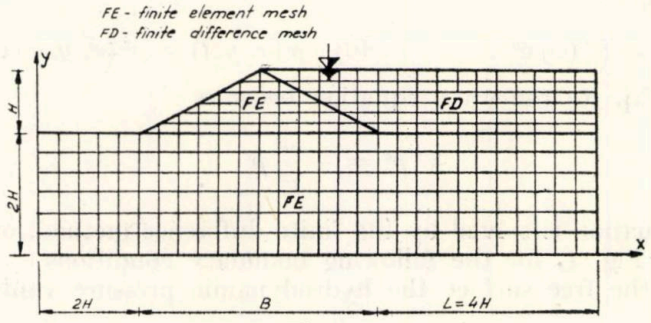


Fig. 1

Considering first only the horizontal component of the ground motion, the equations of motion of the dam—foundation system with hydrodynamic interaction forces included, are :

$$(1) \qquad [M]\{\ddot{D}\} + [C]\{\dot{D}\} + [K]\{D\} = -[M]\{1\}\, a_h(t) + [H(t)],$$

where : $[M]$, $[C]$ and $[K]$ are respectively the lumped mass, the damping and the stiffness matrices, $\{D\}$ is the nodal displacement vector for the dam—foundation system, $\{H(t)\}$ is the hydrodynamic interaction forces vector, $a_h(t)$ is the horizontal component of the ground motion and :

$$\{1\}^T = [1 \quad 1 \quad 1 \ldots].$$

The equations of motion are uncoupled by a transformation based on the modes of vibration of the dam—foundation—system. This approximation simplifies the problem, only the first n modes of vibration being taken into account [1] :

$$(2) \qquad \{D(t)\} = \sum_{i=1}^{n} \{\Phi_i\}\, \eta_i(t),$$

where $[\Phi_i]$ is the ith mode shape vector for the dam—foundation system and $\eta_i(t)$ is the generalized displacement in the ith mode.

The standard uncoupling technique provides the equation for the generalized displacement in the ith mode :

$$(3) \qquad M_i^* \ddot{\eta}_i(t) + C_i^* \dot{\eta}_i(t) + K_i^* \eta_i(t) = F_i^*(t), \quad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

where M_i^*, C_i^*, K_i^* and F_i^* are the generalized quantities.

The motion of the other substructure (reservoir) is governed, when the internal viscosity and surface waves are neglected, by the wave equation :

$$(4) \qquad \nabla^2 p(x, y, t) = \frac{1}{v_s^2} \cdot \frac{\partial^2 p(x, y, t)}{\partial t^2},$$

where $p(x, y, t)$ is the hydrodynamic pressure, v_s — the velocity of sound in water and ∇^2 — L a p l a c e's operators.

4. The response to a harmonic ground excitation $a_h(t) = e^{i\omega t}$ is also harmonic :

$$(5) \qquad \ddot{\eta}_i(t) = \ddot{\eta}_i^c(\omega)\, e^{i\omega t}, \qquad (6) \quad p(x, y, t) = p^c(x, y, \omega)\, e^{i\omega t}.$$

Using Eq. (6) the wave equation becomes :

$$(7) \qquad \nabla^2 p^c = -\frac{\omega^2}{v_s^2} p^c.$$

This equation is solved by the finite difference method, on the mesh presented in Fig. 1, for the following boundary conditions :

a) At the free surface the hydrodynamic pressure vanishes,

$$(8) \qquad p(x, y, \omega)\big|_s = 0.$$

b) At the end of the reservoir, opposite to the dam, the pressure vanishes also :

$$(9) \qquad p(x, y, \omega)\big|_{end} = 0.$$

c) At the reservoir—dam interface the motion of the liquid equals the motion of the upstream face of the dam. The acceleration in the nodal points on the upstream face is the sum of the acceleration in the rigid structure determined by the ground motion and of the acceleration in the flexible structure, vibrating in its modes of vibration, without motion at the base :

$$\{\ddot{D}^u(t)\} = \{1\}\ e^{i\omega t} + [\Phi^u]\ \{\ddot{\eta}\ (t)\}\ ; \tag{10}$$

$[\Phi^u]$ is a matrix of modal ordinates corresponding to the nodes on the dam — reservoir interface. Explicitly, using Eq. (6), condition c) becomes after some transformations :

$$-\frac{\partial p^c}{\partial x}\cos\alpha + \frac{\partial p^c}{\partial y}\sin\alpha = -\rho\left(\sum_{i=1}^{n}\ddot{\eta}_i^c\ (\omega)\ \varphi_i^u\ (x,\ y) + 1\right), \tag{11}$$

where $\varphi_i^u\ (x,\ y)$ is the continuous form of the vector $[\Phi_i^u]$.

d) At the reservoir—foundation interface the boundary condition is similar to condition c), namely :

$$\frac{\partial p^c}{\partial y} = -\rho\left(\sum_{i=1}^{n}\ddot{\eta}_i^c\ (\omega)\ \varphi_i^b\ (x,\ y) + 1\right). \tag{12}$$

Solving Eq. (7) for the boundary conditions (8), (9), (11) and (12) by the finite difference method, the hydrodynamic pressures $p^c(\omega)$ in the nodal points of the dam—reservoir interface and then the vector $\{H\ (\omega)\}$ are established. Introducing now the acceleration $a_h\ (t) = e^{i\omega t}$ and Eq. (5) in Eqs. (3), the complex frequency solution vector $\{\eta^c\ (\omega)\}$ is obtained.

5. If the horizontal component of the ground acceleration is $a_h\ (t)$, the generalized response in time domain is obtained by the Fourier synthesis of the complex frequency response. Then, Eq. (2) provides the nodal point displacements $D(t)$ and the stresses $\{\sigma\ (t)\}$ may be computed.

6. The hydrodynamic interaction forces and the dam foundation interaction forces greatly modify the response of the dam ; hydrodynamic forces, deflections and stresses are greater than in the case in which the dam is subjected to a hydrodynamic pressure obtained on a rigid dam.

The compressibility of water cannot be neglected without an important loss in the accuracy of the response.

Received, January 10, 1977

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Structural Mechanics
and
Department of Concrete and Hydrotechnical Constructions

REFERENCES

1. Chakrabarti P., Chora A. K., *Earthquake Response of Gravity Dams Including Reservoir Interaction Effects.* Report No. EERC 72-6, University of California, Berkeley, December 1972.

2. Vaish A. K., Chopra A. K., *Dynamic Analysis of Structure — Foundation Systems.* Proc. Fifth World Conference on Earthquake Engineering, Rome, 1973.
3. Ghaboussi J., Wilson E. L., *Seismic Analysis of Earth Dam — Reservoir Systems.* Journ. of the Soil Mech. and Found. Div., ASCE, **99**, *SM10* (1973).

METODA ELEMENTE FINITE — DIFERENȚE FINITE PENTRU ANALIZA SEISMICĂ A SISTEMULUI BARAJ CU PARAMENT AMONTE ÎNCLINAT — LAC DE ACUMULARE

(Rezumat)

Este rezolvată problema de triplă interacțiune baraj — teren de fundație — lac de acumulare pentru un baraj cu parament amonte înclinat. Soluția este bazată pe utilizarea unei tehnici combinate elemente finite — diferențe finite și pe sinteza Fourier a răspunsului complex în frecvență.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C.D. 624.0

LE RENFORCEMENT EFFICACE D'UN PLANCHER EMPLOYANT DES POUTRES MÉTALLIQUES PRÉCONTRAINTES

PAR

ANATOLIE MIHUL et DAN PRECUPANU

1. Introduction

L'édifice de l'Athénée de Focşani, construit entre 1922 et 1925, comprend une salle de spectacles et les annexes nécessaires au déploiement des diverses activités culturelles.

Ce bâtiment à deux niveaux, sauf la salle de spectacles qui est plus haute, a un aspect extérieur très harmonieux. La distribution rationnelle des espaces, les qualités acoustiques de cette salle ainsi que ses ornementations intérieures confèrent à ce bâtiment une valeur tout à fait particulière (fig. 1).

La structure de résistance du bâtiment est réalisée en maçonnerie de briques, avec des planchers en béton armé et des fondations en pierre ; son toit de tôle est soutenu par une charpente en bois.

En analysant en 1975 l'état de la construction on a constaté que c'était le plancher de la salle de spectacles qui présentait les plus graves dégradations (fig. 2). Ce plancher, en béton armé, est réalisé par une plaque de 15 cm, soutenue sur des poutres principales et secondaires (G_1 et G_2). Au milieu du bâtiment se dresse une coupole appuyée sur un anneau. Finalement la charge de la coupole este transmise elle aussi aux poutres principales du plancher. La plaque du plancher, les poutres secondaires et la coupole avec son anneau se présentent dans un état général satisfaisant. En échange, les deux poutres principales qui soutiennent tout le plancher sont très fissurées (fig. 3) et même en péril de se ruiner. Cet état de ruine a été causé par plusieurs facteurs : la réalisation générale défectueuse, la négligence des efforts tranchants à la conception, l'utilisation d'un béton inférieur (B 100). Généralement, l'armature de ces poutres n'est pas suffisante pour supporter le moment fléchissant.

Pour sauver ce bel édifice il a été nécessaire de consolider les poutres détériorées.

2. La solution de renforcement

En analysant plusieurs systèmes de renforcement on a constaté que dans le cas de cet édifice le meilleure solution de renforcement c'est la suspension de deux poutres en béton détériorées à deux autres poutres métalliques prétensionnées. Les raisons qui ont conduit à cette solution sont les suivants : l'emplacement du bâtiment dans une région caractérisée par un degré maximum de séismicité, la hauteur relativement grande du plancher par rapport au terrain, la nécessité de garder intactes les décorations intérieures, le gabarit relativement réduit du grenier, l'existence d'une superstructure et des fondations d'une certaine capacité portante.

Par rapport à d'autres variantes étudiées (poutres d'appui en béton précontraint, enrobage des poutres existentes, l'introduction des appuis intermédiaires, le renforcement avec des poutres métalliques ordinaires), la solution appliquée permet à solutioner d'une façon méilleure tous les problèmes concernant la réduction du poids propre, l'augmentation de la sécurité de la construction entière, l'accroissement de la rigidité, la réduction de la hauteur de construction, etc. La solution adoptée a conduit aussi à un prix minimum de renforcement de l'édifice.

Par la solution adoptée on a réalisé un avantage essentiel même dans le problème de la transmission des charges aux nouvelles poutres métalliques en tenant compte de leur tendance de déformation inverse pendant la précontrainte.

La section des poutres métalliques est fermée, de type caisson, avec un axe de symétrie. Dans la partie inférieure de la section ont été créés des espaces spéciaux où l'on a introduit les câbles de précontrainte.

À l'une des extrémités l'ancrage des câbles a été réalisé avec un chasse-clou et à l'autre avec un anneau et un cône double.

La poutre métallique prétensionnée G_{11} renforce la poutre en béton armé existente G_1, à une distance entre appuis de 18 m et une charge effective de plus de 70 kN/m.

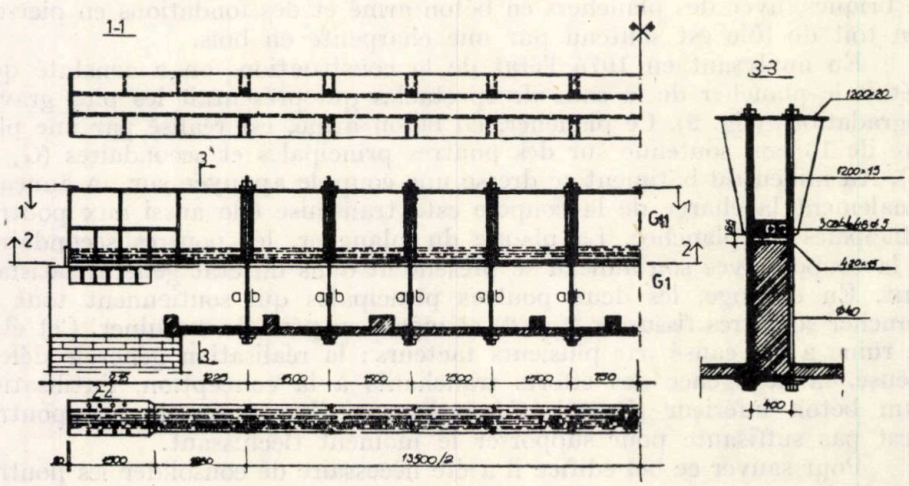


Fig. 4

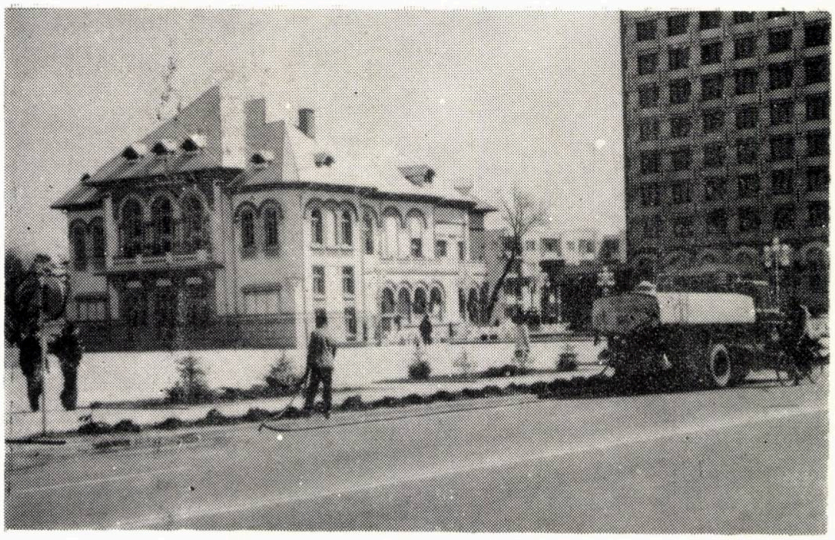


Fig. 1

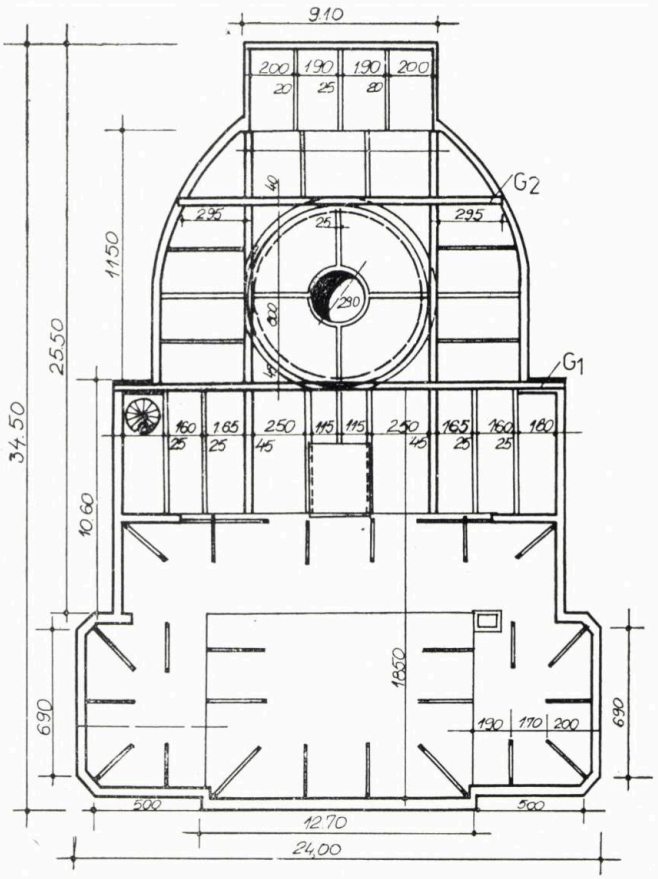

9.10
200
190
190
200
20
25
80
G2
295
295
25
40
280
G1
160
165
250
115
115
250
165
160
180
25
25
45
45
25
25
11.50
25.50
34.50
10.60
1850
690
690
190
170
200
500
500
12.70
24,00

Fig. 2

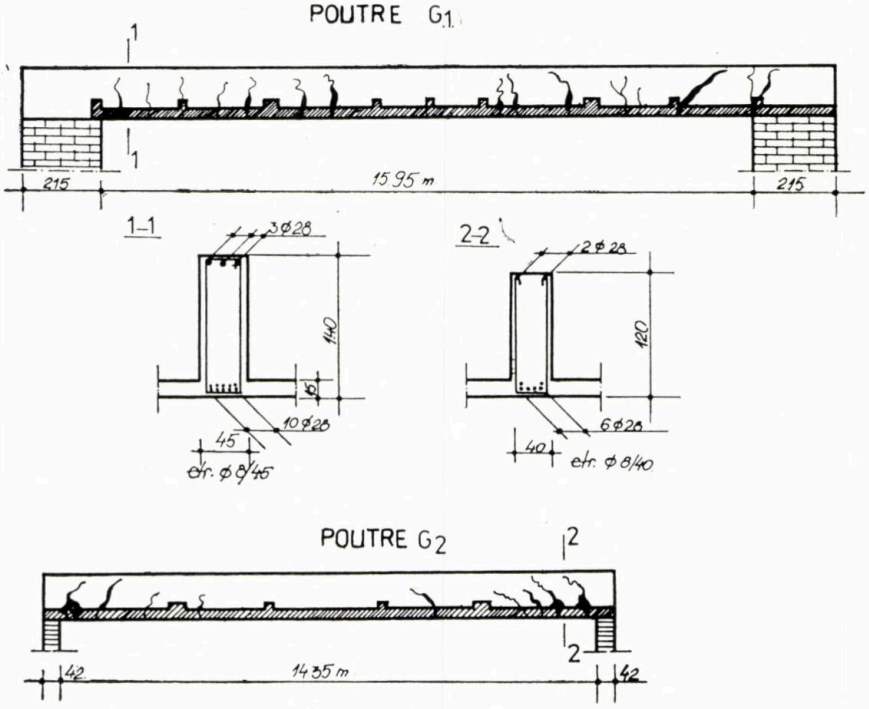

POUTRE G1
1
1
215
15.95 m
215
1-1
3Ø28
140
15
10Ø28
45
etr. Ø8/45
2-2
2Ø28
120
6Ø28
40
etr. Ø8/40
POUTRE G2
2
2
42
14.35 m
42

Fig. 3

Les dimensions de la section transversale et les autres éléments généraux sont présentés dans la fig. 4. Au niveau de la semelle inférieure ont été créés trois espaces libres, tout au long de la poutre, dans lesquels on a introduit trois câbles de prétension 48 ∅ 5 SBPI. La stabilité locale de l'âme a été assurée par des diafragmes transversales disposées en extérieur ; elles ont aussi le rôle de former la chaise par laquelle passent les barres de suspension des poutres en béton.

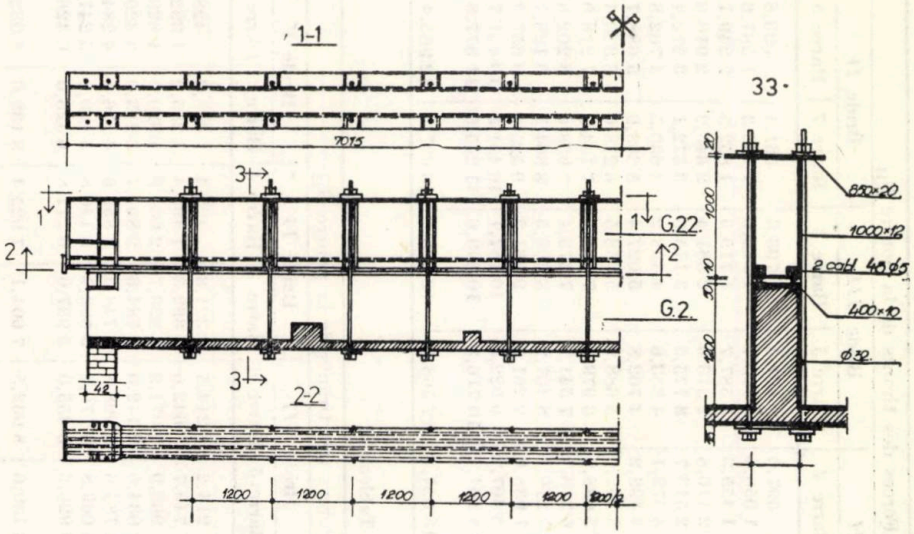


Fig. 5

La poutre métallique prétensionné, G_{22}, qui renforce la poutre en béton armé existente, G_2, a été constituée de la même manière, à des moindres dimensions, étant soumise à une précontrainte par deux câbles (fig. 5).

Les poutres sont constituées par plusieurs tronsons réalisés dans l'atélier de confections métalliques ; elles ont été transportées dans le grenier du bâtiment où ont été installées sur les poutres en béton armé, existentes, du plancher. Après avoir réalisé la continuité des tronsons par soudure ont été introduits les câbles de prétension. Pour pouvoir transmettre la charge aux nouvelles poutres métalliques ont été confectionnés des tirants métalliques. Ces tirants ont assemblé les deux poutres (en métal et en béton). L'un des bouts du tirant a été fixé sur la semelle supérieure de la poutre métallique et l'autre a été lié à une plaque métallique disposée sous la poutre de béton.

3. La prétension des poutres métalliques et le transfert de charge

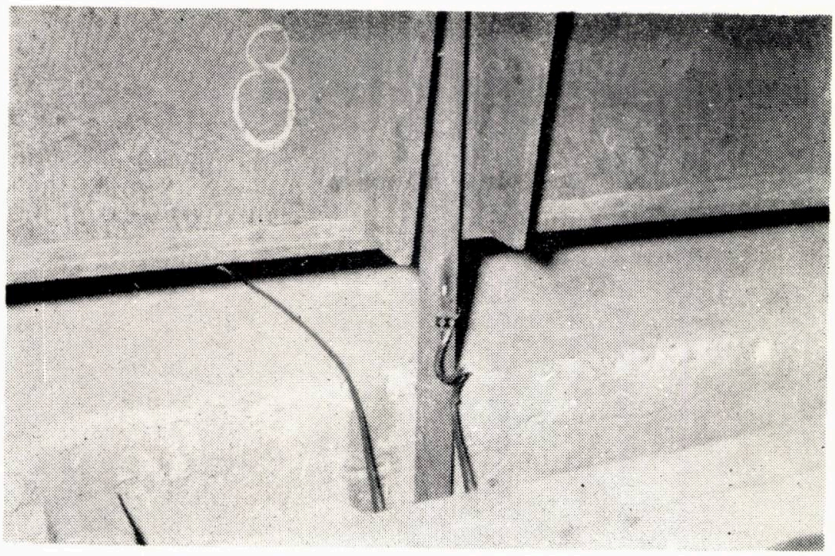
La précontrainte des poutres métalliques à l'aide des câbles introduits dans les espaces libres a eu comme but l'éclaircissement des deux problèmes suivants : a) l'accroissement de la capacité de résistance et de

Tableau 1

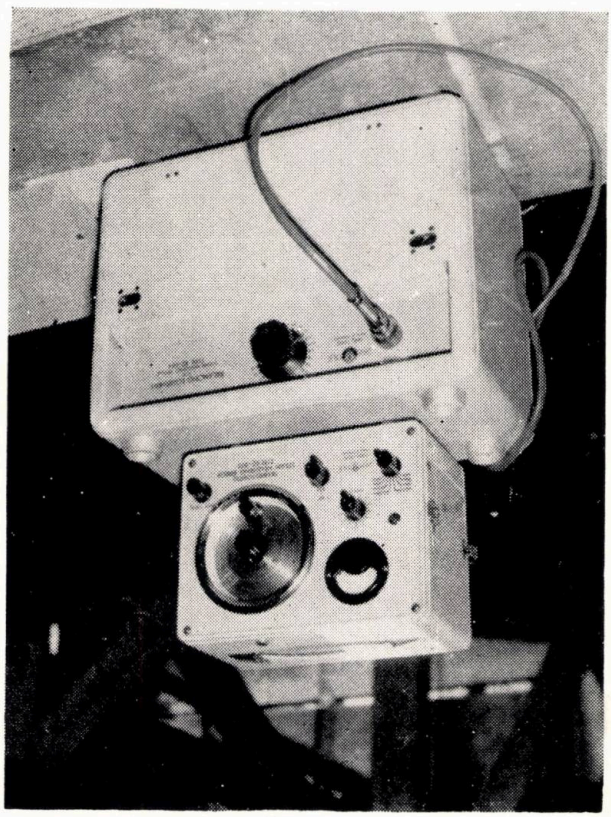
Force de prétension daN	Forces des tirants de la poutre G_{11}									
	Bride *I*		Bride *II*		Bride *III*		Bride *IV*		Bride *V*	
	Barre *1*	Barre *2*	Barre *3*	Barre *4*	Barre *5*	Barre *6*	Barre *7*	Barre *8*	Barre *9*	Barre *10*
25 000	396,9	529,2	529,2	397,0	661,5	793,8	661,4	793,8	1 058,4	926,1
50 000	926,1	1 190,7	1 190,5	1 058,4	1 190,7	1 323,0	1 455,3	1 587,6	1 852,2	1 719,9
75 000	1 587,6	1 852,2	1 587,5	1 455,3	1 587,7	1 719,5	1 852,5	2 249,1	2 778,3	2 116,8
100 000	2 513,7	2 646,0	2 249,1	2 116,8	2 513,9	2 381,4	2 645,2	2 910,6	3 439,8	2 778,3
150 000	3 175,2	3 175,2	3 175,0	2 513,7	3 175,5	3 175,6	3 572,1	3 572,4	4 233,6	3 572,1
200 000	3 836,7	3 704,4	3 969,0	3 572,1	4 233,6	4 498,2	4 630,5	4 762,8	4 895,1	4 365,9
230 000	4 365,9	4 233,6	5 027,4	4 498,2	4 762,8	5 027,4	5 688,9	5 688,7	5 556,6	5 292,0
242 500	4 762,8	4 895,1	5 688,6	5 292,0	5 688,9	5 953,5	6 218,0	6 350,4	6 218,1	6 218,1
255 000	5 027,4	5 292,0	5 218,1	5 688,9	6 979,6	7 011,9	7 144,2	7 276,0	7 276,5	7 277,0
267 500	5 556,6	5 821,0	6 747,3	6 218,1	7 541,1	7 673,4	7 938,0	8 202,6	8 070,3	8 070,5
280 000	6 218,1	6 482,0	7 408,8	7 276,5	8 467,2	8 599,5	8 864,1	9 128,7	8 996,4	8 996,5
305 000	6 747,3	6 879,6	8 070,3	7 938,0	9 261,0	9 261,2	9 525,6	9 657,9	10 187,1	9 790,2
330 000	7 408,4	7 408,8	8 731,8	8 467,2	9 922,5	10 187,1	10 451,5	10 451,7	10 848,6	10 980,9
340 000	7 806,7	8 070,3	9 128,7	8 864,1	10 716,3	10 848,6	11 245,5	11 377,8	11 774,7	12 039,3
Après la correction des forces	12 965,4	12 833,1	12 700,8	13 097,7	12 568,5	12 436,2	13 097,7	12 965,4	12 700,8	12 833,1

Tableau 2

Force de prétension daN	Forces des tirants de la poutre G_{22}											
	Bride *I*		Bride *II*		Bride *III*		Bride *IV*		Bride *V*		Bride *VI*	
	Barre *1*	Barre *2*	Barre *3*	Barre *4*	Barre *5*	Barre *6*	Barre *7*	Barre *8*	Barre *9*	Barre *10*	Barre *11*	Barre *12*
25 000	106,8	107,0	107,1	107,5	214,2	214,5	321,3	428,4	428,6	428,8	428,6	428,9
50 000	321,3	321,6	321,9	321,7	749,7	642,6	1 392,3	1 499,4	1 285,2	1 392,5	1 450,0	1 285,8
75 000	428,4	428,8	428,7	428,4	963,9	1 071,0	1 820,7	2 034,9	1 820,9	1 820,5	2 142,0	1 713,6
100 000	856,8	856,9	1 285,2	1 178,1	2 034,9	2 142,0	2 784,6	2 891,7	3 213,0	3 320,1	3 748,5	3 320,0
150 000	1 178,1	1 071,0	1 820,7	1 713,6	2 784,6	2 998,8	3 748,5	3 855,6	4 176,9	4 284,0	4 069,8	4 176,9
200 000	1 606,5	1 392,3	2 570,4	2 356,2	4 069,8	4 176,9	5 033,7	5 140,8	5 140,8	5 247,9	5 033,7	5 140,8
225 000	2 356,2	1 820,7	3 641,4	3 427,2	4 926,6	5 355,0	5 997,6	6 211,8	6 426,0	6 426,0	6 211,8	6 426,0
Après la correction des forces	7 389,9	7 711,2	7 925,4	7 818,3	8 139,6	8 032,5	7 604,1	7 925,4	8 139,6	8 032,5	7 925,4	8 139,6



a



b

Fig. 6

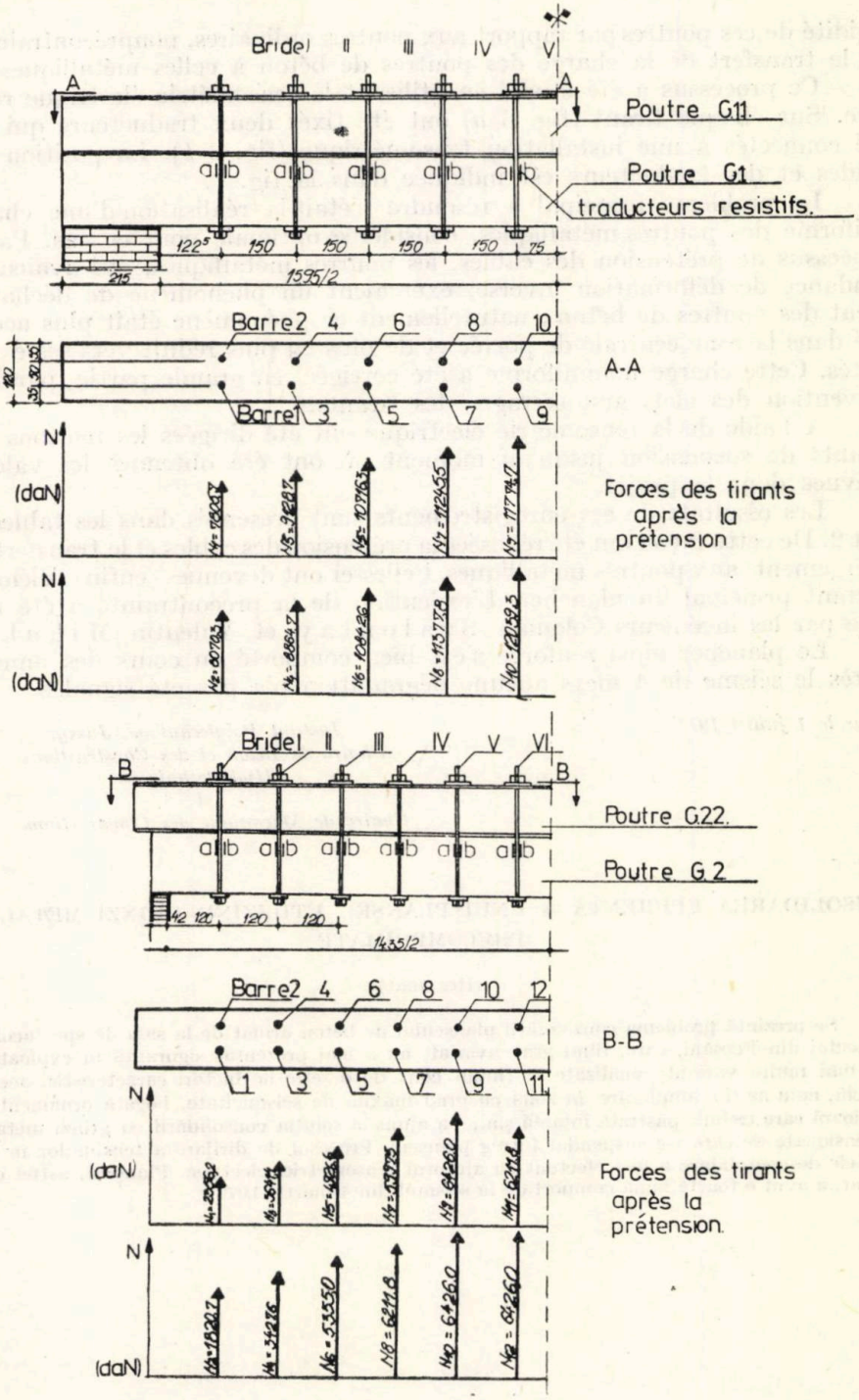

Bride1 II III IV V
A
A
Poutre G11.
Poutre G1
traducteurs resistifs.
122,5 150 150 150 150 75
215
1595/2
Barre2 4 6 8 10
Barre1 3 5 7 9
A-A
N
(daN)
Forces des tirants
après la
prétension
Bride1 II III IV V VI
B
B
Poutre G22.
Poutre G2
42 120 120 120
1435/2
Barre2 4 6 8 10 12
1 3 5 7 9 11
B-B
Forces des tirants
après la
prétension.

Fig. 7

rigidité de ces poutres par rapport aux poutres ordinaires, nonprécontraintes; b) le transfert de la charge des poutres de béton à celles métalliques.

Ce processus a été étudié en utilisant la tensométrie électrique résistive. Sur chaque tirant (fig. 6 *a*) ont été fixés deux traducteurs qui ont été connectés à une installation tensométrique (fig. 6 *b*). La position des brides et des traducteurs est indiquée dans la fig. 7.

Le problème principal à résoudre c'était la réalisation d'une charge uniforme des poutres métalliques, considérée optimale pour ce cas. Par le processus de prétension des câbles, les poutres métalliques, qui avaient la tendance de déformation inverse, exerçaient un phénomène de déchargement des poutres de béton ; naturellement ce phénomène était plus accentué dans la zone centrale de portée et de plus en plus réduit vers ses extrémités. Cette charge nonuniforme a été corrigée, en grande partie, par l'intervention des clefs aux serrages des tirants.

À l'aide de la tensométrie électrique ont été dirigées les tensions des tirants de suspension jusqu'au moment où ont été obtenues les valeurs prévues dans le projet.

Les résultats de ces enregistrements sont présentés dans les tableaux 1 et 2. De cette façon ont été réalisées la prétension des câbles et le transfert de chargement aux poutres métalliques. Celles-ci ont devenues enfin l'élément portant principal du plancher. L'exécution de la précontrainte a été réalisée par les ingénieurs Coloman S z a l o n t a y et Valentin M i h u l.

Le plancher ainsi renforcé s'est bien comporté au cours des années. Après le séisme de 4 mars aucune dégradation n'a pas été signalée.

Reçue le 1 juillet 1977

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire de Béton et des Constructions Hydrotechniques
et
Chaire de Mécanique des Constructions

CONSOLIDAREA EFICIENTĂ A UNUI PLANȘEU UTILIZÎND GRINZI METALICE PRECOMPRIMATE

(Rezumat)

Se prezintă problema consolidării planșeului de beton armat de la sala de spectacole a Ateneului din Focșani, care, fiind grav avariat, nu a mai prezentat siguranță în exploatare. Din mai multe variante analizate și ținînd cont de o serie de factori caracteristici acestui edificiu, cum ar fi: amplasare în zona cu grad maxim de seismicitate, bogată ornamentație interioară care trebuie păstrată intactă ș.a., s-a ajuns la soluția consolidării cu grinzi metalice pretensionate de care s-a suspendat întreg planșeul. Procesul de dirijare a tensiunilor în elementele de consolidare a fost efectuat cu ajutorul tensometriei electrice. Planșeul, astfel consolidat, a avut o foarte bună comportare la seismul din 4 martie 1977.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. Z. 624.07

METODĂ DE DIMENSIONARE A GRINZILOR DIN BETON PRECOMPRIMAT

DE

N. FLOREA, SERGIU COROBCEANU și C. PASCARIU

1. Considerații generale

Se analizează grinda simplu rezemată, cu secțiunea în formă de I și moment de inerție constant, avînd armătura activă cu traseu rectiliniu.

Pentru determinarea profilului secțiunii și a cantității de armătură se folosesc relațiile dintre eforturi unitare și elementele geometrice ale grinzii explicitate în domeniul de comportare elastică în cele două faze de lucru caracteristice betonului precomprimat.

Impunînd condiția ca în fibrele extreme ale secțiunii eforturile unitare să fie egale cu anumite valori admisibile (situație care implică realizarea condițiilor ca sub acțiunea forței de precomprimare efectul greutății proprii să fie anulat în totalitate sau parțial [1], [2]), se determină într-o primă fază poziția centrului de greutate și efortul unitar în dreptul acestuia, pentru o mărime globală a pierderilor de tensiune (β), evaluată anticipat. În continuare, pentru diverse valori ale înălțimii secțiunii ce respectă condițiile de rigiditate impuse de norme și fixînd ca parametru de bază raportul (μ) dintre momentele produse de încărcările din faza inițială (M_g) și cele ce acționează în faza de exploatare (M_p) se stabilește profilul secțiunii și cantitatea de armătură pretensionată, în funcție de efortul de calcul considerat. În final se verifică valabilitatea ipotezei făcute cu privire la posibilitatea compensării greutății proprii sub efectul precomprimării precum și valoarea globală a pierderilor de tensiune și se reface calculul, dacă acestea nu corespund cu situația reală.

2. Stări de eforturi unitare în grinzi precomprimate

Elementele de beton precomprimat se calculează în mod obișnuit în două faze de lucru : a) faza inițială, cînd acționează forța de precomprimare (N_0) și momentul produs de încărcările permanente (M_g), existente la efectuarea transferului ; b) faza finală, cînd intervine acțiunea forței de precomprimare ($\overline{N}_0$) și momentul încărcărilor totale (M_{g+p}).

Deoarece se presupune că materialul se comportă perfect elastic, cele două situații se caracterizează prin existența unor diagrame de eforturi lineare (D_0) și ($\overline{D}_0$), avînd în fibrele extreme valorile σ_{bs} și σ_{bi} în faza inițială, respectiv $\overline{\sigma}_{bs}$ și $\overline{\sigma}_{bi}$ în faza finală.

În funcție de raportul în care se găsește efectul precomprimării față de cel al acțiunilor exterioare, diagramele (D_0) și ($\overline{D}_0$) pot fi triunghiularei trapezoidale sau duble triunghiulare (fig. 1). În analiza stării de tensiuni este util ca eforturile unitare să fie exprimate în funcție de o singură valoare a forței de precomprimare. Se va alege ca parametru mărimea $\overline{N}_0$.

Starea de tensiuni fictivă (σ^*_{bs}, σ^*_{bi}). care se dezvoltă ca urmare a acțiunii momentului din faza inițială (M_g) și a forței de precomprimare în faza finală ($\overline{N}_0$), poate fi definită pe baza relațiilor :

$$(1)\qquad \sigma^*_{bi} = \frac{(1-\beta)\,\sigma_{bi} + \beta\mu\overline{\sigma}_{bi}}{1+\beta\mu}, \qquad (2)\qquad \sigma^*_{bs} = \frac{(1-\beta)\,\sigma_{bs} + \beta\mu\overline{\sigma}_{bs}}{1+\beta\mu},$$

unde $\mu = M_g/M_p$.

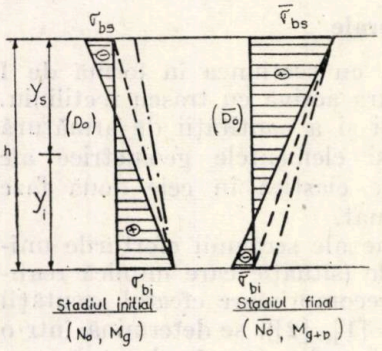


Fig. 1

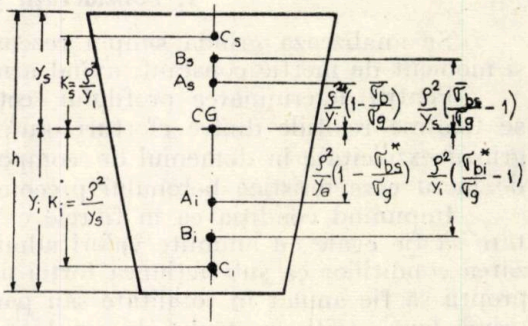


Fig. 2

Diferența dintre eforturile inițiale reale (σ_{bs}, σ_{bi}) și cele fictive (σ^*_{bs}, σ^*_{bi}) este cu atît mai mare cu cît coeficientul pierderilor de tensiuni (β) și coeficientul μ sînt mai mari.

Poziția centrului de greutate al secțiunii (Y_i și Y_s), precum și efortul din beton în dreptul centrului de greutate (σ_g) sînt independente de raportul în care se găsesc încărcările corespunzătoare. Acestea sînt funcție numai de modul în care variază în timp mărimea forței de precomprimare. Efortul la nivelul centrului de greutate se calculează cu relația :

$$(3)\qquad \sigma_g = \sigma^*_{bs}\frac{Y_i}{h} + \sigma^*_{bi}\frac{Y_s}{h} = \overline{\sigma}_{bi}\frac{Y_s}{h} + \overline{\sigma}_{bs}\frac{Y_i}{h}.$$

Relațiile (1)...(3) sînt valabile în ipoteza că pe secțiune se dezvoltă numai eforturi de compresiune. Dacă σ^*_{bs} și σ^*_{bi} sînt eforturi de întindere, ele vor fi afectate de semnul minus.

Dacă asupra unei grinzi static determinate acționează numai forța de precomprimare, pentru ca în fibrele extreme să fie atinse eforturile σ^*_{bs}, σ^*_{bi}, $\overline{\sigma}_{bs}$, $\overline{\sigma}_{bi}$, centrul de presiune, care se găsește la o distanță e_0 față de centrul de greutate, trebuie să satisfacă următoarele inegalități :

$$(4)\qquad -\frac{\rho^2}{Y_s}\left(1-\frac{\sigma^*_{bs}}{\sigma_g}\right) \leqslant e_0 \leqslant \frac{\rho^2}{Y_i}\left(1-\frac{\overline{\sigma}_{bi}}{\sigma_g}\right),$$

$$(5) \qquad -\frac{\rho^2}{Y_i}\left(\frac{\sigma^*_{bi}}{\sigma_g}-1\right) \leqslant e_0 \leqslant \frac{\rho^2}{Y_s}\left(\frac{\bar{\sigma}_{bs}}{\sigma_g}-1\right),$$

unde $\rho = \sqrt{I/A}$ — raza de girație.

Făcînd convenția ca valorile pozitive ale excentricității e_0 să fie considerate situate deasupra centrului de greutate, iar cele negative dedesubt, se stabilește situația reprezentată în fig. 2.

Relațiile (4) și (5) arată că pentru ca în faza inițială să fie atins, în fibra superioară, efortul σ^*_{bs}, centrul de presiune trebuie să fie situat în punctul A_i, iar pentru ca în fibra inferioară efortul unitar să aibă valoarea σ^*_{bi}, centrul de presiune trebuie să se găsească în B_i. De asemenea, în faza finală, efortul unitar în fibra inferioară are valoarea $\bar{\sigma}_{bi}$, dacă centrul de presiune se află în punctul A_s și are valoarea $\bar{\sigma}_{bs}$ în fibra superioară, dacă centrul de presiune este situat în B_s. Starea de precomprimare pură, care a fost luată în considerare mai sus, nu constituie o stare reală de tensiuni deoarece pe măsura transferării eforturilor de la armătură la beton intervine suplimentar acțiunea greutății proprii, precum și alte încărcări permanente care se exercită în faza inițială.

Presupunînd că forța de precomprimare ($\bar{N}_0$) determină apariția stării de eforturi reprezentată în fig. 3 *b*, sub efectul momentului încovoietor produs de încărcările permanente din faza inițială (fig. 3 *c*), rezultanta eforturilor de compresiune din beton (N_b) se desprinde de suportul forței de precomprimare, ($\bar{N}_0$), deplasîndu-se spre fibra superioară (fig. 3 *d*).

Modificarea poziției centrului de presiune din punctul A_i în E_1 determină modificarea diagramei de eforturi.

Pentru ca în această fază de încărcare ($\bar{N}_0$, M_g) să existe diagrama inițială (fig. 3 *b*), este necesar ca centrul de presiune să revină în A_i (fig. 3 *e*). Conservarea brațului cuplului interior (Z_1) se poate obține numai prin deplasarea punctului de aplicație al forței $\bar{N}_0$ din A_i într-un punct E_0, distanța dintre cele două puncte fiind egală cu raportul $M_g/\bar{N}_0$.

Rezultă că excentricitatea forței de precomprimare are valoarea:

$$(6) \qquad e_{01} = \frac{\rho^2}{Y_s}\left(1-\frac{\sigma^*_{bs}}{\sigma_g}\right)+\frac{M_g}{\bar{N}_0}.$$

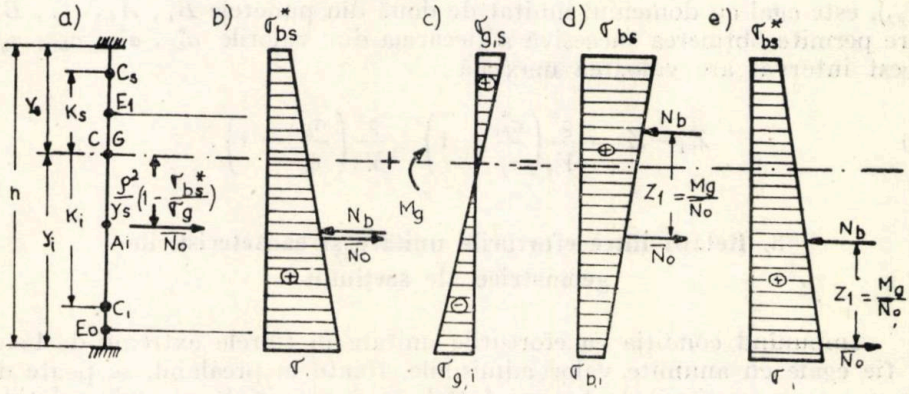


Fig. 3

Dacă se impune condiția că în faza inițială să fie atins, în fibra inferioară, efortul σ^*_{bi}, printr-un raționament asemănător se ajunge la concluzia că forța $\overline{N}_0$ are excentricitatea :

$$e_{02} = \frac{\rho^2}{Y_i}\left(\frac{\sigma^*_{bi}}{\sigma_g} - 1\right) + \frac{M_g}{\overline{N}_0}. \tag{7}$$

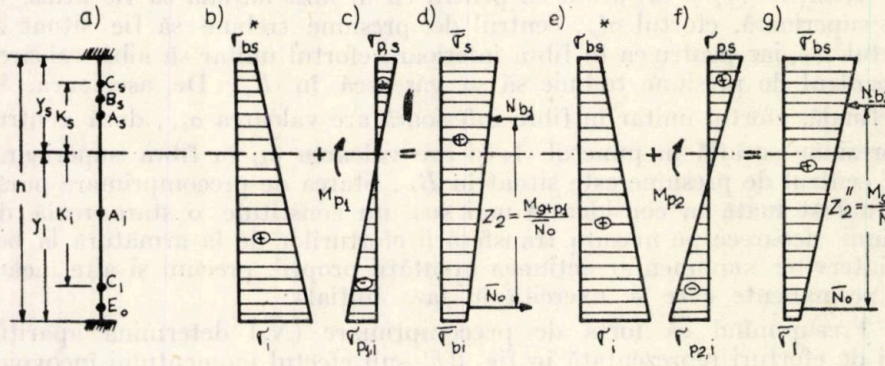


Fig. 4

Pornind de la stările de tensiuni analizate în fig. 3, în ipoteza că asupra secțiunii acționează în continuare momentul M_{p1}, centrul de presiune se va găsi în punctul A_s atunci cînd în faza finală în fibra inferioară efortul unitar are valoarea $\overline{\sigma}_{bi}$ (fig. 4 *d*) sau în B_s, cînd în aceeași fază, sub acțiunea unui moment M_{p2}, efortul unitar în fibra superioară are valoarea σ_{bs} (fig. 4 *g*). Rezultă că acțiunea încărcărilor exterioare determină o creștere a brațului cuplului interior de la valoarea Z_1 la Z_2. Această mărime trebuie să fie egală, pentru a fi satisfăcută condiția de echilibru static, cu raportul dintre valoarea momentului produs de încărcările de exploatare și forța de precomprimare.

Intervalul de valori $[Z_1, Z_2]$ pe care îl parcurge centrul de presiune ca urmare a exercitării acțiunii momentului încovoietor M_p, (M_{p1} sau M_{p2}), este egal cu domeniul limitat de două din punctele B_i, A_i, A_s, B_s, care permite obținerea succesivă a fiecăreia din valorile σ^*_{bs}, σ^*_{bi}, σ_{bs}, σ_{bi}. Acest interval are valoarea maximă :

$$Z_1 - Z_2 = \frac{\rho^2}{Y_i}\left(\frac{\sigma^*_{bi}}{\sigma_g} - 1\right) + \frac{\rho^2}{Y_s}\left(\frac{\sigma_{bs}}{\sigma_g} - 1\right). \tag{8}$$

3. Relații între eforturile unitare și caracteristicile geometrice ale secțiunii

Impunînd condiția ca eforturile unitare în fibrele extreme de beton să fie egale cu anumite valori admisibile, fixate în prealabil, se poate determina aria secțiunii de beton. Astfel, în faza inițială se scriu relațiile :

(9) $\frac{\bar{N}_0}{A} - \frac{\bar{N}_0 e_0}{W_s} + \frac{M_g}{W_s} = \sigma_{bs,a}$, (10) $\frac{\bar{N}_0}{A} + \frac{\bar{N}_0 e_0}{W_i} - \frac{M_g}{W_i} = \sigma^*_{bi,a}$,

iar faza finală :

(11) $\frac{\bar{N}_0}{A} - \frac{\bar{N}_0 e_0}{W_s} + \frac{M_g}{W_s} + \frac{M_p}{W_s} = \bar{\sigma}_{bs,a}$, (12) $\frac{\bar{N}_0}{A} + \frac{\bar{N}_0 e_0}{W_i} - \frac{M_g}{W_i} - \frac{M_p}{W_i} = \bar{\sigma}_{bi,a}$.

Scăzînd relațiile (9) și (10) din (11) și respectiv (12) se obține :

$$\sigma^*_{bs,a} + \frac{M_p}{W_s} = \bar{\sigma}_{bs,a}, \qquad \sigma^*_{bi,a} - \frac{M_p}{W_i} = \bar{\sigma}_{bi,a}$$

de unde se găsește :

(13) $\frac{I}{Y_s} = \frac{M_p}{\bar{\sigma}_{bs,a} - \sigma^*_{bs,a}}$ (14) $\frac{I}{Y_i} = \frac{M_p}{\sigma^*_{bi,a} - \bar{\sigma}_{bi,a}}$.

Efectuînd raportul relațiilor (13) și (14) rezultă :

(15) $$\frac{Y_s}{Y_i} = \frac{\bar{\sigma}_{bs,a} - \sigma^*_{bs,a}}{\sigma_{bi,a} - \bar{\sigma}_{bi,a}}.$$

Introducînd notațiile $\Delta\sigma_s = \bar{\sigma}_{bs,a} - \sigma^*_{bs,a}$ și $\Delta\sigma_i = \sigma^*_{bi,a} - \bar{\sigma}_{bi,a}$, relațiile (13)...(15) devin :

(13′) $\frac{I}{Y_s} = \frac{M_p}{\Delta\sigma_s}$, (14′) $\frac{I}{Y_i} = \frac{M_p}{\Delta\sigma_i}$, (15′) $\frac{Y_s}{Y_i} = \frac{\Delta\sigma_s}{\Delta\sigma_i}$.

Din (13) și (14) se deduce :

(16) $$I = M_p \frac{Y_s}{\Delta\sigma_s} = M_p \frac{Y_i}{\Delta\sigma_i},$$

iar din relația (15′) rezultă :

(17) $Y_i = \frac{\Delta\sigma_i}{\Delta\sigma_s + \Delta\sigma_i} h$, (18) $Y_s = \frac{\Delta\sigma_s}{\Delta\sigma_s + \Delta\sigma_i} h$.

Introducînd valorile lui Y_i și Y_s, date de (16) și (17), în relația (16) se obține :

(16′) $$I = \frac{hM_p}{\Delta\sigma_s + \Delta\sigma_i}.$$

Dacă în relația (3) se înlocuiesc rapoartele Y_i/h și Y_s/h cu valorile ce rezultă din (17) și (18) se găsește :

(3′) $$\sigma_g = \frac{\sigma^*_{bs,a}\,\Delta\sigma_i + \sigma^*_{bi,a}\,\Delta\sigma_s}{\Delta\sigma_s + \Delta\sigma_i}.$$

Ținînd cont de relațiile (1) și (2), expresiile mărimilor $\Delta\sigma_i$ și $\Delta\sigma_s$ devin :

(19) $\Delta\sigma_i = \frac{(1-\beta)\,\sigma_{bi,a} - \bar{\sigma}_{bi,a}}{1 + \mu\beta}$, (20) $\Delta\sigma_s = \frac{\bar{\sigma}_{bs,a} - (1-\beta)\,\sigma_{bs,a}}{1 + \mu\beta}$.

De asemenea, se obține :

$$(21) \qquad \Delta\sigma_i + \Delta\sigma_s = \frac{(\bar{\sigma}_{bs,a} - \bar{\sigma}_{bi,a}) - (1-\beta)(\sigma_{bs,a} - \sigma_{bi,a})}{1+\beta\mu}$$

precum și

$$(22) \qquad \sigma^*_{bs,a}\,\Delta\sigma_i + \sigma^*_{bi,a}\,\Delta\sigma_s = \frac{(1-\beta)(\sigma^*_{bi,a}\,\bar{\sigma}_{bs,a} - \bar{\sigma}_{bi,a}\,\sigma^*_{bs,a})}{1+\beta\mu}.$$

Avînd în vedere relațiile (19)...(22), expresiile lui Y_i și Y_s, I și σ devin :

$$(17') \qquad Y_i = \frac{[(1-\beta)\,\sigma_{bi,a} - \bar{\sigma}_{bi,a}]\,h}{(\bar{\sigma}_{bs,a} - \bar{\sigma}_{bi,a}) - (1-\beta)(\sigma_{bs,a} - \sigma_{bi,a})},$$

$$(18') \qquad Y_s = \frac{[\bar{\sigma}_{bs,a} - (1-\beta)\,\sigma_{bs,a}]\,h}{(\bar{\sigma}_{bs,a} - \bar{\sigma}_{bi,a}) - (1-\beta)(\sigma_{bs,a} - \sigma_{bi,a})},$$

respectiv

$$(16') \qquad I = \frac{hM_p(1+\beta\mu)}{(\bar{\sigma}_{bs,a} - \bar{\sigma}_{bi,a}) - (1-\beta)(\sigma_{bs,a} - \sigma_{bi,a})},$$

$$(3'') \qquad \sigma_g = \frac{(1-\beta)(\sigma^*_{bi,a}\,\bar{\sigma}_{bs,a} - \bar{\sigma}_{bi,a}\,\sigma^*_{bs,a})}{(\bar{\sigma}_{bs,a} - \bar{\sigma}_{bi,a}) - (1-\beta)(\sigma_{bs,a} - \sigma_{bi,a})}.$$

Ținînd cont că :

$$\mu = \frac{M_g}{M_p} = \frac{\frac{1}{8}gl^2}{\frac{1}{8}gl^2} = \frac{g}{p} = \frac{A\gamma_b}{p},$$

unde : A — aria secțiunii de beton, γ_b — greutatea specifică a betonului, p — încărcarea uniform distribuită care acționează în faza de exploatare și introducînd notațiile :

$$K_1 = \frac{\gamma_b}{p},\quad K_2 = (1-\beta)\,\sigma_{bi,a},\quad K_3 = \beta K_1\,\sigma_{bi,a},$$

$$K_4 = \beta K_1,\quad K_5 = (1-\beta)\,\sigma_{bs,a},\quad K_6 = \beta K_1\,\bar{\sigma}_{bs,a},\quad K_7 = (1-\beta)(\sigma_{bi,a} - \bar{\sigma}_{bi,a}),$$

$$K_8 = \bar{\sigma}_{bs,a} - (1-\beta)\,\sigma_{bs,a},\quad K_9 = \bar{\sigma}_{bs,a} - \bar{\sigma}_{bi,a},\quad K_{10} = (1-\beta)(\sigma_{bs,a} - \sigma_{bi,a})$$

$$K_{11} = K_9 - K_{10},\quad K_{12} = (1-\beta)(\sigma_{bi,a}\,\bar{\sigma}_{bs,a} - \bar{\sigma}_{bi,a}\,\sigma_{bs,a}),$$

expresiile lui $\sigma^*_{bi,a}$, $\sigma^*_{bs,a}$, Y_i, Y_s, I și σ_g devin :

$$\sigma^*_{bi,a} = \frac{K_2 + K_3 A}{1 + K_4 A},\qquad \sigma^*_{bs,a} = \frac{K_5 + K_6 A}{1 + K_4 A},\qquad Y_i = \frac{K_7}{K_{11}}h,\qquad Y_s = \frac{K_8}{K_{11}}h,$$

$$\sigma_g = \frac{K_{12}}{K_{11}},\quad I = \frac{hM_p(1+K_4 A)}{K_{11}}.$$

4. Determinarea secțiunii de beton și armătură

În § 3 s-a arătat că pentru o anumită înălțime a secțiunii impusă de condițiile de rigiditate și pentru stări de eforturi considerate ca admisibile în cele două faze de lucru caracteristice betonului precomprimat este posibil să se determine poziția centrului de greutate precum și momentul de inerție, în funcție de aria secțiunii, care este necunoscută în această fază.

Pentru stabilirea acesteia se folosește următorul procedeu.

Notînd cu $A_s = b_s h_s$ și $A_i = b_i h_i$, aria tălpii superioare, respectiv inferioare și impunînd lățimea b a inimii (fig. 5), se calculează A_s și A_i în funcție de b și h și de rapoartele :

$$\alpha_i = \frac{h_i}{h}, \qquad \alpha_s = \frac{h_s}{h}.$$

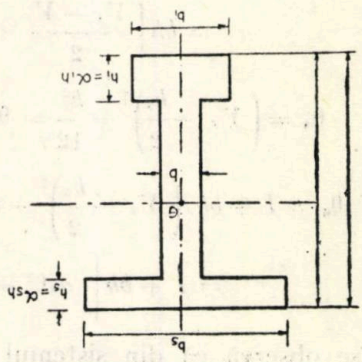


Fig. 5

Se folosesc două ecuații : una care pune în evidență faptul că centrul de greutate al secțiunii este situat în G și alta, care exprimă valoarea momentului de inerție în funcție de caracteristicile geometrice ale secțiunii :

$$\text{(I)} \quad \begin{cases} [bh + (A_s - bh_s) + (A_i - bh_i)]\, Y_s = \dfrac{bh^2}{2} + (A_s - bh_s)\dfrac{h_s}{2} + \\ \qquad + (A_i - bh_i)\left(h - \dfrac{h_i}{2}\right), \\ I = \dfrac{b}{3}(Y_i^3 + Y_s^3) + (A_s - bh_s)\left(Y_s - \dfrac{h_s}{2}\right)^2 + (b_s - b)\dfrac{h_s^3}{12} + \\ \qquad + (A_i - bh_i)\left(Y_i - \dfrac{h_i}{2}\right)^2 + (b_i - b)\dfrac{h_i^3}{12}. \end{cases}$$

Sistemul (I) poate fi scris sub forma :

$$\text{(II)} \quad \begin{cases} A_s\left(Y_s - \dfrac{h_s}{2}\right) - A_i\left(Y_i - \dfrac{h_i}{2}\right) = \dfrac{bh}{2}(Y_i - Y_s) + \\ \qquad + b(h_s + h_i)\, Y_s - \dfrac{bh_s^2}{2} - bh_i\left(h - \dfrac{h_i}{2}\right), \\ A_s\left[\left(Y_s - \dfrac{h_s}{2}\right)^2 + \dfrac{h_s^2}{12}\right] + A_i\left[\left(Y_i - \dfrac{h_i}{2}\right)^2 + \dfrac{h_i^2}{12}\right] = I - \dfrac{b}{3}(Y_i^3 + Y_s^3) + \\ \qquad + bh_s\left(Y_s - \dfrac{h_s}{2}\right)^2 + bh_i\left(Y_i - \dfrac{h_i}{2}\right)^2 + \dfrac{b}{12}(h_i^3 - h_s^3). \end{cases}$$

Dacă se utilizează notațiile:

$$\theta_1 = Y_s - \frac{h_s}{2} = Y_s - \frac{\alpha_s h}{2}, \qquad \theta_2 = Y_i - \frac{h_i}{2} = Y_i - \frac{\alpha_i h}{2},$$

$$\theta_3 = \frac{bh}{2}(Y_i - Y_s) + b(b_s + h_i) Y_s - \frac{bh_s^2}{2} - bhh_i - \frac{bh_i^2}{2} =$$

$$= bh\left[\frac{Y_i - Y_s}{2} + (\alpha_i + \alpha_s) Y_s - \frac{\alpha_s^2 h}{2} - \alpha_i h + \frac{\alpha_i^2 h}{2}\right],$$

$$\theta_4 = \left(Y_s - \frac{h_s}{2}\right)^2 + \frac{h_s^2}{12} = \theta_1^2 + \frac{\alpha_s^2 h^2}{12}, \quad \theta_5 = \left(Y_i - \frac{h_i}{12}\right)^2 + \frac{h_i^2}{12} = \theta_2^2 + \frac{\alpha_i^2 h}{12},$$

$$\theta_6 = I + bh_s\left(Y_s - \frac{h_s}{2}\right)^2 + bh_i\left(Y_i - \frac{h_i}{2}\right)^2 + \frac{b}{12}(h_i^3 + h_s^3) - \frac{b}{3}(Y_i^3 + Y_s^3) =$$

$$= I + bh\left[\alpha_s \theta_1^2 + \alpha_i \theta_2^2 + \frac{h^2}{12}(\alpha_i^3 + \alpha_3^3)\right] - \frac{b}{3}(Y_i^3 + Y_s^3),$$

se observă că din sistemul (II) rezultă:

$$(25) \qquad A_s = \frac{\theta_2 A_i + \theta_3}{\theta_1}, \qquad (26) \qquad A_i = \frac{C_2}{C_1},$$

unde:

$$C_1 = \theta_2(\theta_4 K_{11} - K_4 h M_p) + \theta_1(\theta_5 K_{11} - K_4 h M_p),$$

$$C_2 = \theta_1[(1 - \alpha_s - \alpha_i) K_4 bh^2 M_p + \theta_7 K_{11} + hM_p] - \theta_3(\theta_4 K_{11} - K_4 h M_p).$$

Fiind cunoscute mărimile A_i și A_s, pentru o anumită lățime b și o înălțime h, impuse inițial, se poate determina aria secțiunii totale în funcție de rapoartele α_s și α_i, anume:

$$(27) \qquad A = bh(1 - \alpha_s - \alpha_i) + A_s + A_i.$$

Rezultă totodată

$$h_s = \alpha_s h, \qquad h_i = \alpha_i h.$$

Se poate calcula în continuare lățimea tălpilor

$$b_s = \frac{A_s}{h_s}, \qquad b_i = \frac{A_i}{h_i}.$$

Secțiunea este definită în totalitate și faptul că a rezultat economică sau nu poate fi apreciat prin valoarea randamentului [1]:

$$R = \frac{\text{înălțimea sîmburelui central}}{\text{înălțimea secțiunii}} = \frac{1}{AY_i Y_s},$$

care trebuie să fie cuprins între 0,45 și 0,55.

Dacă $R < 0{,}45$ secțiunea este greoaie și înălțimea h trebuie sporită; dacă $R > 0{,}55$ secțiunea a rezultat prea zveltă și există pericolul pierderii stabilității. În ambele cazuri se va proceda la modificarea lui h,

ceea ce implică necesitatea reluării calculelor, care conduc la alte valori ale caracteristicilor geometrice.

Fiind cunoscută valoarea ariei secțiunii (A) se poate calcula momentul produs de acțiunea greutății proprii :

$$M_g = \frac{1}{8} g l^2 = \frac{1}{8} A \gamma_b l^2$$

precum și valoarea forțelor de precomprimare în faza finală :

$$\overline{N}_0 = A \sigma_g \tag{28}$$

și în faza inițială

$$N_0 = \frac{\overline{N}_0}{1 - \beta} . \tag{29}$$

Presupunînd cunoscute condițiile tehnice în care are loc confecționarea și păstrarea elementelor precomprimate, este posibil să se determine în continuare efortul de calcul în faza inițială (σ_0) și finală ($\overline{\sigma}_0$), evaluîndu-se totodată pierderea reală de efort (β). În cazul cînd aceasta nu corespunde cu valoarea impusă inițial este necesară refacerea calculelor, operațiile efectuîndu-se de atîtea ori pînă cînd diferența dintre valoarea impusă a lui β și cea rezultată din calcule este suficient de mică. În baza ipotezelor făcute, forța de precomprimare finală ($\overline{N}_0$) trebuie să satisfacă condiția :

$$\overline{N}_0 = \frac{M_p}{Z_2 - Z_1} , \tag{30}$$

unde $Z_2 - Z_1$ se calculează cu relația (8).

Este necesar să se menționeze că operațiile de dimensionare au fost conduse în ipoteza că eforturile unitare admisibile în fibrele extreme pentru cele două faze de lucru sînt atinse efectiv, ceea ce impune o restricție referitor la poziția armăturii. Sub acțiunea precomprimării și a încărcărilor permanente în faza inițială este necesar ca armătura să fie situată în interiorul secțiunii, adică excentricitatea forței de precomprimare trebuie să satisfacă condiția :

$$e_{01} \text{ (sau } e_{02}) + a_p \leqslant Y_i , \tag{31}$$

e_{01} și e_{02} calculîndu-se cu relația (6), respectiv (7), iar a_p fiind distanța de la centrul de greutate al armăturii active pînă la fibra inferioară. Dacă restricția de mai sus nu este respectată rezultă că sub efectul precomprimării greutatea proprie (sau încărcările permanente luate în considerare în faza inițială) nu poate (pot) fi compensată (e) în totalitate. Pentru a se efectua dimensionarea în ideea celor arătate mai sus este necesară utilizarea unei alte metodologii.

5. Exemplu numeric

Se urmărește dimensionarea unei grinzi de beton precomprimat, simplu rezemată, cu deschiderea $l = 18$ cm și cu secțiunea în formă de I, care este acționată de o încărcare uniform distribuită $p = 5{,}0$ t/m, cunoscîndu-se următoarele date :

$$\gamma_b = 2{,}5 \text{ t/m}^3,\ \beta = 0{,}20,\ \sigma_{bt.a} = 2\,000 \text{ t/m}^2,\ \overline{\sigma}_{bt,a} = -100 \text{ t/m}^2,$$

$$\sigma_{bs,a} = -100 \text{ t/m}^2,\ \overline{\sigma}_{bs,a} = 1\,200 \text{ t/m}^2,\ b = 0{,}18 \text{ m},\ \alpha_i = 0{,}18,\ \alpha_s = 0{,}12.$$

Se impune înălțimea $h = l/15 = 1{,}2$ m.

Se calculează momentul încărcărilor utile, $M_p = 1/8 \times 5 \times 18^2 = 202$ tm.

Conform relațiilor (23) rezultă următoarele valori:

$$K_1 = 0{,}5,\ K_2 = 1\,800,\ K_3 = -60,\ K_4 = 0{,}1,\ K_5 = -80,\ K_6 = 120,\ K_7 = 1\,700,\ K_8 = 1\,280,$$

$$K_9 = 1\,300,\ K_{10} = 1\,680,\ K_{11} = 2\,980,\ K_{12} = 1\,920\,000.$$

Relațiile (17'), (18'), (16') și (3') conduc la:

$$Y_i = 0{,}685 \text{ m},\ Y_s = 0{,}515 \text{ m},\ I = 0{,}082\,(1 + 0{,}1A) \text{ m}^4,\ \sigma_g = 645 \text{ t/m}^2.$$

Relațiile (24) permit determinarea coeficienților:

$$\theta_1 = 0{,}443,\ \theta_2 = 0{,}577,\ \theta_3 = 0{,}0074.$$

Conform relațiilor (25) și (26) rezultă:

$$A_i = 0{,}118 \text{ m}^2,\ A_s = 0{,}167 \text{ m}^2,\ A = 0{,}436 \text{ m}^2.$$

Tălpile au următoarele dimensiuni: $h_s = 0{,}145$ m, $b_s = 1{,}15$ m; $h_i = 0{,}216$ m, $b_i = 0{,}55$ m. Momentul de inerție în acest caz este $I = 0{,}085$ m^4. Randamentul secțiunii, $R = 0{,}54$. Eforturile unitare fictive în faza inițială sînt: $\sigma^*_{bi,a} = 1\,700$ t/m^2, $\sigma^*_{bs,a} = -27$ t/m^2.

Forța de precomprimare în faza finală este $\overline{N}_0 = 280$ tf iar în faza inițială $N_0 = 350$ tf.

Excentricitatea forței de precomprimare necesară ca în faza finală în fibra superioară efortul să atingă valoarea $\sigma^*_{bs,a}$, conform relației (6), este $e_{01} = 0{,}39$ m.

Excentricitatea forței de precomprimare necesară ca în faza inițială în fibra inferioară efortul să atingă valoarea $\sigma^*_{bi,a}$, conform relației (7), este $e_{02} = 0{,}43$ m. Impunînd $a_p = 0{,}15$ m, relația (13) este satisfăcută; de asemenea este îndeplinită și condiția (30):

$$\frac{M_p}{Z_2 - Z_1} = \frac{202}{0{,}73} = 280 \text{ t}.$$

Considerînd efortul de calcul $\sigma_0 = 12\,500$ t/m^2 se găsește $A = 0{,}0028$ m^2.

Presupunînd cunoscute o serie de elemente referitoare la condițiile de confecționare și păstrare se poate determina, în continuare, pierderea reală de tensiune și se compară cu valoarea impusă, $\beta = 0{,}20$.

Primită la 15 decembrie 1976

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de beton armat și
construcții hidrotehnice

BIBLIOGRAFIE

1. Guyon Y., *Constructions en béton précontraint.* Vol. **1**, **2**, Eyrolles, Paris, 1966 - 1968.
2. Dreux G., *Practica betonului precomprimat,* (trad. din l. franc.). Ed. Tehn., Buc., 1971.
3. Calzano R., *Un metodo per il progetto delle sezioni monolitiche in c.a. precompresso.* Giornale del Genio Civile, **106**, *5 — 6* (1968).

MÉTHODE DE CALCUL DES DIMENSIONS DES POUTRES EN BÉTON PRÉCONTRAINT

(Résumé)

On propose une méthode de calcul des dimensions des poutres precontraintes, simplement appuyeés, à section en forme de I, dont l'armature suit un tracé rectiligne.

Étant données les valeurs des efforts unitaires des fibres extrêmes en deux stades de travail, propres au béton precontraint, on peut déterminer le profil de la section transversale et l'aire de l'armature.

On utilise les relations entre les efforts unitaires et les éléments géométriques de la poutre, dans le domaine élastique, en prenant comme répère une valeur imposée des pertes totales de tension.

Le calcul se déroule dans quelques étapes, en utilisant des éléments itératifs concernant la vérification et la correction des paramètres qu'on a dû imposer dans une certaine étape.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. Z. 627.8

TRECEREA DE LA COMPORTAREA LINIARĂ LA COMPORTAREA NELINIARĂ A FUNDAȚIEI UNUI BARAJ DE GREUTATE

DE

EMANOIL BÂRSAN

1. Introducere

Fundația stîncoasă a unui baraj de greutate de înălțime mare este solicitată la eforturi considerabile. Pentru a studia comportarea mecanică a masivului stîncos este necesară stabilirea unui model matematic adecvat.

Pornind de la faptul că în laborator sau *in situ* se pot studia mecanic diferite roci determinînd modulul de elasticitate E, coeficientul lui Poisson ν, rezistența la compresiune R_c și rezistența la forfecare caracterizată prin coeziunea c și unghiul de frecare φ, se va considera masivul stîncos ca un material Mohr-Coulomb [1], [2].

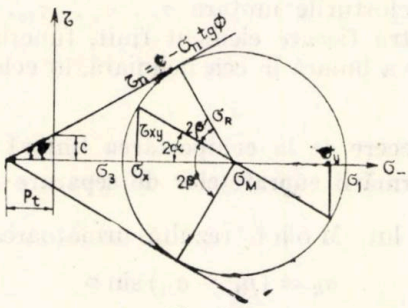


Fig. 1

Pentru acest material ruperea în masivul stîncos sau alunecarea pe o suprafață de separare dată inițial se supune legii lui Coulomb:

$$\tau_n = c - \sigma_n \operatorname{tg} \varphi = \tau_{fn}, \tag{1}$$

în care: τ_n — efortul unitar tangențial de forfecare în planul n, σ_n — efortul unitar normal de compresiune în planul n (efortul de întindere este considerat pozitiv), τ_{fn} — rezistența la efort unitar tangențial în planul n, c — coeziunea, φ — unghiul de frecare internă sau de frecare la alunecare pe o suprafață dată.

Grafic, ecuația reprezintă, pentru problema plană, o linie dreaptă (dreapta limită sau intrinsecă) tangentă la cel mai mare cerc al eforturilor unitare principale ($\sigma_1 \geqslant \sigma_2 \geqslant \sigma_3$) (fig. 1).

Cît timp într-un punct sau o zonă din masivul stîncos este satisfăcută condiția $\tau_n \leqslant \tau_{fn}$ masivul stîncos are o comportare liniară (elastică). Dacă $\tau_n > \tau_{fn}$ se admite că deformațiile pot avea loc fără o creștere corespunzătoare a tensiunilor (comportare neliniară). Prin urmare, legea tensiuni—deformații corespunzătoare situațiilor de mai sus este de tipul elastico-plastic, denumită și biliniară [2].

Deoarece punctele sau zonele în care $\tau_n > \tau_{fn}$ cunosc un proces natural de redistribuire a eforturilor, proces ce este redat prin calculul iterativ prezentat în [3], este necesară stabilirea unei funcții care realizează trecerea, în fiecare punct, de la comportarea liniară la cea neliniară.

2. Procedeul utilizat

Prin divizarea, în problema plană, a profilului barajului și a fundației în elemente finite cuadrilaterale specificate izoparametric se poate aplica programul prezentat în [4] care determină eforturile unitare σ_x, σ_y, τ_{xy} în sistemul de axe de coordonate xOy fixat în centrul de greutate al fiecărui element cuadrilateral.

Utilizarea elementelor finite specificate izoparametric permite descrierea suprafețelor de separare (fisuri, falii) cu ajutorul elementelor finite de orice formă (în particular de formă dreptunghiulară).

În masivul stîncos pot fi întîlnite două cazuri în care se realizează situația $\tau_n > \tau_{fn}$: a) formarea unor suprafețe de rupere noi, b) alunecarea pe suprafețe de separare existente (de exemplu fisuri).

Pornind de la eforturile unitare σ_x, σ_y, τ_{xy}, se va determina, în cele ce urmează, pentru fiecare element finit, funcția care realizează trecerea de la comportarea liniară la cea neliniară, în cele două cazuri arătate.

3. Funcția de trecere de la comportarea liniară la cea neliniară în cazul formării suprafețelor de separare noi (fig. 1)

Folosind cercul lui M o h r rezultă următoarea condiție limită :

$$\sigma_R = (p_i - \sigma_M) \sin \varphi \tag{2}$$

valabilă pentru $0^0 < \varphi < 90°$. Cu ajutorul acestui cerc rezultă :

$$\sigma_R^2 = \frac{1}{4}(\sigma_y - \sigma_x)^2 + \tau_{xy}^2, \tag{3}$$

$$\sigma_M = \frac{1}{2}(\sigma_x - \sigma_y). \tag{4}$$

Înlocuind (3) și (4) în (1) se obține

$$\left[\frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2\right]^{1/2} = c \cos \varphi - \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \sin \varphi. \tag{5}$$

Notînd cu :

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y, \quad I_2 = \frac{1}{4}(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \tau_{xy}^2, \quad \alpha = \frac{\sin \varphi}{2}, \quad k = c \cos \varphi$$

se obține :

$$F_1 = \alpha I_1 + \sqrt{I_2} - K = 0.$$

4. Funcția de trecere de la comportarea liniară la cea neliniară în cazul alunecării pe suprafețe de separare existente (fig. 2)

Din fig. 2 rezultă următoarea condiție limită :

$$\tau_n = (p_t - \sigma_n) \operatorname{tg} \varphi, \tag{7}$$

valabilă pentru $0° < \varphi < 90°$.

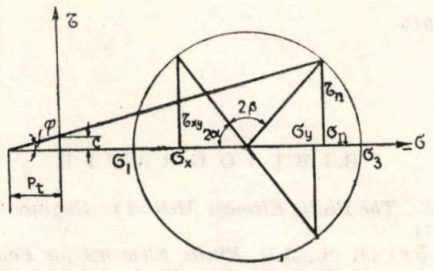


Fig. 2

În baza relației (5) rezultă :

$$\sigma_n = \sigma_x \cos^2 \beta + \sigma_y \sin^2 \beta + \tau_{xy} \sin 2\beta, \tag{8}$$

$$\tau_n = (-\sigma_x + \sigma_y) \sin \beta \cos \beta + \tau_{xy} (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta). \tag{9}$$

Înlocuind (8) și (9) în (7) se obține

$$(-\sigma_x + \sigma_y) \sin \beta \cos \beta + \tau_{xy} (\cos^2 \beta - \sin^2 \beta) = c - \sigma_x \cos^2 \beta \operatorname{tg} \varphi - \\ - \sigma_y \sin^2 \beta \operatorname{tg} \varphi - \tau_{xy} \sin 2\beta \operatorname{tg} \varphi.$$

În cele din urmă rezultă

$$F_2 = (\sigma_x \cos^2 \beta + \sigma_y \sin^2 \beta) \operatorname{tg} \varphi + (\sigma_y - \sigma_x) \sin \beta \cos \beta + \\ + \tau_{xy} (\cos 2\beta + \sin 2\beta \operatorname{tg} \varphi) - c = 0.$$

Pentru β se consideră unghiul înclinării suprafeței de separare față de axa Ox.

5. Concluzii

1. Pentru fundația unui baraj de greutate trecerea de la comportarea liniară la cea neliniară are loc cînd $F_1 = 0$ pentru cazul unor suprafețe de rupere noi sau cînd $F_2 = 0$ pentru alunecarea pe suprafețe de separare existente.

2. Pentru un punct (sau element) din interiorul terenului de fundație care are $F_1 > 0$ sau respectiv $F_2 > 0$ se va aplica o redistribuire a eforturilor unitare după modul arătat în [3], pînă la o aproximare care poate fi considerată suficientă.

3. Dacă într-un punct trebuie să se decidă care din cele două expresii ale lui F realizează trecerea de la comportarea liniară la cea neliniară atunci se va adopta relația care este satisfăcută întîi. Utilizarea uneia din cele două funcții indică și modul fizic de atingere a limitei elastice din cele două posibilități arătate.

4. Metoda de calcul propusă, împreună cu tehnica de redistribuire prezentată în [3], completează programul folosit în [4] cu situația în care fundația stîncoasă a unui baraj de greutate are o comportare neliniară.

Primită la 6 noiembrie 1976

Institutul politehnic, Iași
Catedra de beton armat și construcții hidrotehnice

BIBLIOGRAFIE

1. Zienkiewicz O. C., *The Finite Element Method in Engineering Science.* Mc Graw-Hill London, 1971.
2. Wittke W., Semprich S., *3-D. Finite Elements for Foundations in Soil.* Proc. of the Eighth Intern. Conf. on Soil Mech. a. Foundation Eng., Moskow, Aug., 1 - 3, 1973.
3. Bârsan Em., *Redistribuirea tensiunilor în fundația barajelor de greutate.* Bul. Inst. polit. Iași, XXII (XXVI), *3 — 4*, s. V (1976).
4. Chopra A. K., Chakraborti P., *Computer Program for Earthquake Analysis of Dams.* Berkeley, California, 1971.
5. Silion T., *Geologie, geotehnică și fundații.* Vol. I, II, Inst. polit., Iași, 1971.

THE TRANSITION FROM THE LINEAR BEHAVIOUR TO THE NON-LINEAR ONE FOR A GRAVITY DAM FOUNDATION

(Summary)

There are established the relations that give the transition from the linear behaviour to the non-linear one for a gravity dam foundation, starting from the Mohr-Coulomb failure criterion.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. Z. 627.4

ASUPRA COEFICIENTULUI DE SIGURANȚĂ REFERITOR LA PROBLEMA STABILITĂȚII TALUZURILOR PRIN METODA SPIRALEI LOGARITMICE

DE

VICTOR ZAVATI și VIOREL MURGESCU

1. Introducere

În [1]...[3] s-a întreprins un studiu privitor la calculul stabilității taluzurilor prin metoda spiralei logaritmice, concepută de L. Rendulic [4], cu scopul determinării spiralei de alunecare a taluzurilor în condițiile echilibrului limită.

În Nota de față ne propunem să efectuăm un studiu al coeficientului de siguranță în funcție de unii parametri esențiali, cu scopul determinării dimensiunilor corespunzătoare obținerii unui coeficient de siguranță optimal, fapt care are o deosebită importanță în proiectarea și dimensionarea construcțiilor hidrotehnice din pământ.

2. Calculul coeficientului de siguranță

Se consideră un masiv de pământ omogen, delimitat de un taluz plan BC, cu înclinarea dată de unghiul i și de înălțime h, iar la bază delimitat de către arcul de spirală logaritmică de alunecare $\overset{\frown}{AB}$, masivul fiind solicitat de încărcarea definită de greutatea proprie. Se notează cu $P(\lambda, \mu)$ polul spiralei de alunecare, cu $A(a, 0)$ punctul superior al arcului de alunecare, cu $C(a_1, 0)$ și $B(0, h)$ punctele extreme ale taluzului plan, toate fiind raportate la sistemul de referință xOy, ca în fig. 1.

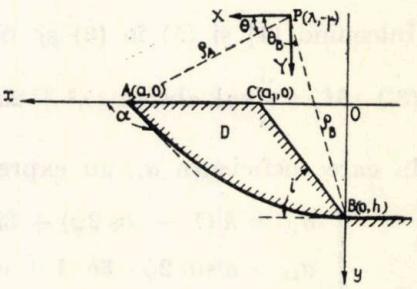


Fig. 1

Masivul de pământ fiind considerat ca un singur bloc, notat cu D, se mai introduc următoarele notații: γ — greutatea specifică a pământului, c — coeficientul de coeziune al pământului, Φ — unghiul de frecare internă, M_c — momentul forțelor de coeziune, M_T — momentul forțelor tangențiale (de alunecare), x_G — abscisa centrului de greutate al blocului și G_D — greutatea blocului de pământ.

Se admite că suprafața de alunecare a taluzului este cilindrică, cu secțiunea dată de arcul de spirală $\widehat{AB}$, iar punctul inferior de cedare se află situat tocmai în baza B a taluzului. De asemenea, se presupune că forțele active sînt date numai de greutatea proprie a taluzului. În aceste condiții coeficientul de siguranță, F, se definește ca raportul dintre momentul forțelor care asigură stabilitatea masivului de pămînt (M_s) și cel al forțelor active care provoacă alunecarea sa ($M_{al.}$), adică $F = M_s/M_{al.}$. Dar, deoarece pe de o parte $M_{al.}$ este dat de momentul forțelor tangențiale M_T, iar pe de altă parte M_s este dat de momentul M_c al forțelor de coeziune, căci forțele de frecare nu produc moment în cazul în care linia de alunecare este spirală logaritmică, urmează că

$$F = \frac{M_s}{M_{al.}} = \frac{M_c}{M_T}. \tag{1}$$

Calcule anterioare, (v. [2]), au arătat că

$$M_c = \frac{c}{2\operatorname{tg}\Phi}(\rho_B^2 - \rho_A^2) = \frac{c}{2\operatorname{tg}\Phi}[h^2 - a^2 + 2(a\lambda + h\mu)], \tag{2}$$

iar

$$M_T = |\lambda - x_G| G_D, \tag{3}$$

unde

$$x_G = \frac{\gamma}{G_D}\left[U(\lambda, \mu) - \frac{1}{2}a_1^3 \operatorname{tg} i\right], \quad G_D = \gamma\left[I(\lambda, \mu) - \frac{1}{6}a_1^2 \operatorname{tg} i\right] \tag{4}$$

și

$$\begin{cases} I(\lambda, \mu) = \frac{1}{2}(h\lambda - a\mu) - \frac{1}{4}(a^2 - h^2 - 2a\lambda - 2h\mu)\operatorname{ctg}\Phi, \\ U(\lambda, \mu) = \lambda I(\lambda, \mu) - \frac{1}{6}(2h\lambda^2 - 2a\lambda\mu + a^2\mu) + \frac{1}{3}(2a\lambda\mu + \\ \quad + h\lambda^2 + 8h\mu^2 - a^2\mu + 3h^2\mu + h^2)\cos^2\psi - \frac{1}{6}(3a\lambda^2 + \\ \quad + 2h\lambda\mu + a\mu^2 - 3a^2\mu + h^2\lambda + a^2)\sin 2\psi, \quad \operatorname{tg}\psi = 3\operatorname{tg}\Phi. \end{cases} \tag{5}$$

Înlocuind (4) și (5) în (3) se obține:

$$M_T = \frac{\gamma}{6}\text{val. abs.}(a_{11}\lambda^2 + 2a_{12}\lambda\mu + a_{22}\mu^2 + 2a_{13}\lambda + 2a_{23}\mu + a_{33}), \tag{3'}$$

în care coeficienții a_{ij} au expresiile

$$\begin{cases} a_{11} = h(1 - \cos 2\psi) + 3a\sin 2\psi, \quad a_{12} = h\sin 2\psi - a\cos 2\psi - 2a, \\ a_{22} = a\sin 2\psi - 3h(1 + \cos 2\psi), \quad a_{13} = \frac{1}{2}[(h^2 - 3a^2)\sin 2\psi - 3a_1^2 \operatorname{tg} i], \\ a_{23} = \frac{1}{2}[2a^2 - 3h^2 + (a^2 - 3h^2)\cos 2\psi], \\ a_{33} = a^3\sin 2\psi - h^2(1 + \cos 2\psi) + a_1^3 \operatorname{tg} i. \end{cases} \tag{6}$$

Prin urmare, *coeficientul de siguranță* are expresia

$$(7)\quad F = \frac{M_c}{M_T} = \frac{3c}{\gamma \operatorname{tg} \Phi} \cdot \frac{2(a\lambda + h\mu) + h^2 - a^2}{|a_{11}\lambda^2 + 2a_{12}\lambda\mu + a_{22}\mu^2 + 2a_{13}\lambda + 2a_{23}\mu + a_{33}|},$$

care apare ca o funcție de variabilele λ și μ, ($\mu > 0$), atîta timp cît a, h și Φ sînt fixați. Dacă se notează cu $\varkappa$ constanta pozitivă

$$(8)\quad \varkappa = \frac{3c}{\gamma \operatorname{tg} \Phi},$$

se poate constata că expresia precedentă capătă forma

$$(7')\quad F = \varkappa \frac{2(a\lambda + h\mu) + h^2 - a^2}{|H(\lambda, -\mu)|},$$

unde

$$(9)\quad H(\lambda, -\mu) = a_{11}\lambda^2 + 2a_{12}\lambda\mu + a_{22}\mu^2 + 2a_{13}\lambda + 2a_{23}\mu + a_{33},$$

iar numărătorul $2(a\lambda + h\mu) + h^2 - a^2$ este totdeauna pozitiv deoarece reprezintă forța de coeziune, pînă la un factor constant, pozitiv.

3. Variația coeficientului de siguranță în funcție de poziția polului

Formula (7') a coeficientului de siguranță definește un cîmp scalar bidimensional pe domeniul $\mathcal{D}$ ($|\lambda| \leqslant M$, $M \in R^+$, $\mu \geqslant 0$). În scopul efectuării unui studiu al acestui cîmp se trece la coordonatele curente x și y punînd $\lambda = x$ și $\mu = -y$. Urmează atunci că (7') și (9) devin

$$(10)\quad F(x, y) = \varkappa \frac{2(ax - hy) + h^2 - a^2}{|H(x, y)|}$$

și

$$(11)\quad H(x, y) = a_{11}x^2 - 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2a_{13}x - 2a_{23}y + a_{33},$$

unde a_{ij} au expresiile date de (6).

Liniile de nivel ale acestui cîmp au ecuația

$$(12)\quad |H(x, y)| = \varkappa K[2(ax - hy) + h^2 - a^2], \quad (-M \leqslant x \leqslant M, y \leqslant 0),$$

unde $K = 1/F$ este o constantă arbitrară, care, din punctul de vedere al practicii, poate lua valori în intervalul $]0, 1]$.

Explicitarea ecuației (12) presupune studiul conicelor date de ecuația

$$(13)\quad H(x, y) = 0,$$

care separă planul în două regiuni, una pentru care $H > 0$ iar cealaltă pentru care $H < 0$ și pe care convenim să le notăm în modul următor:

$$(14)\quad \begin{cases} D_1 = \{(x, y) \mid y \leqslant 0,\ H(x, y) > 0,\ x, y \in R\}, \\ D_2 = \{(x, y) \mid y \leqslant 0,\ H(x, y) < 0,\ x, y \in R\}. \end{cases}$$

Conicele de ecuații (13) pot fi hiperbole, elipse sau parabole. În [2] s-a arătat că dacă $\Phi < 23°20'$ atunci ecuația (13) reprezintă hiperbole iar dacă $\Phi \geqslant 23°20'$ ecuația (13) poate reprezenta conice de orice gen,

care depind în acest caz și de valorile parametrilor a și h. Drept consecință, ecuația liniilor de nivel poate fi scrisă sub forma

$$(12') \quad \begin{cases} H(x, y) - \varkappa K [2(ax - hy) + h^2 - a^2] = 0, \text{ dacă } (x, y) \in D_1, \\ H(x, y) + \varkappa K [2(ax - hy) + h^2 - a^2] = 0, \text{ dacă } (x, y) \in D_2. \end{cases}$$

Ținînd seamă de expresia (11) a lui H rezultă de aici că *liniile de nivel ale cîmpului definit de coeficientul de siguranță* $F = F(x, y)$ *sînt conice*, ale căror ecuații pot fi scrise sub forma

$$(15) \quad \begin{aligned} &a_{11} x^2 - 2a_{12} xy + a_{22} y^2 + 2(a_{13} - \varepsilon \varkappa K a) x + 2(\varepsilon \varkappa K h - a_{23}) y + \\ &+ a_{33} + \varepsilon \varkappa K (a^2 - h^2) = 0, \end{aligned}$$

unde $\varepsilon = 1$ dacă $(x, y) \in D_1$ și $\varepsilon = -1$ dacă $(x, y) \in D_2$.

Genul acestor conice nu depinde de $K \in]0, 1]$, deoarece invariantul fundamental

$$(16) \quad \delta = a_{11} a_{22} - a_{12}^2$$

nu depinde de K, ci numai de Φ, a și h.

Pentru $K = 1$, din (15) se obține conica corespunzătoare cazului cel mai defavorabil al echilibrului limită, ceea ce înseamnă că toate spiralele ce trec prin A și B și au polul situat pe această conică sînt linii de alunecare corespunzătoare cazului de echilibru limită.

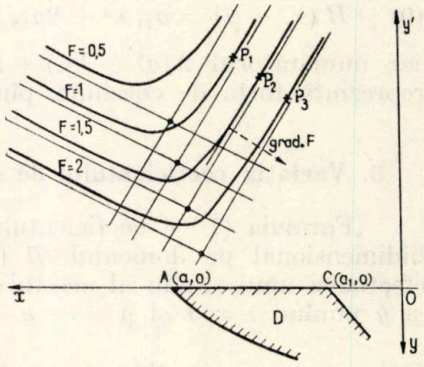


Fig. 2

Substituind în (15) $K = 1$; $3/4$; $1/2$; $1/4$; ... se obțin conicele corespunzătoare liniilor de alunecare pentru care coeficienții de siguranță sînt din ce în ce mai mari (v. fig. 2). Trasarea acestor linii arată direcțiile de creștere ale coeficientului de siguranță, în sensul că situînd polii spiralelor de alunecare după aceste direcții se pot obține valori optime pentru coeficientul de siguranță. Dar, un studiu mai amănunțit al variației cîmpului $F(x, y)$ se poate efectua cercetînd și viteza de variație a acestui cîmp cu ajutorul cîmpului vectorial

$$(17) \quad \text{grad } F(x, y) = F'_x(x, y)\,\mathbf{i} + F'_y(x, y)\,\mathbf{j}.$$

Efectuînd derivatele funcției F în raport cu x, respectiv în raport cu y, rezultă

$$(18) \quad \begin{cases} F'_x = \dfrac{\varkappa \varepsilon}{H^2} [2aH - 2H'_x (ax - hy) + h^2 - a^2], \\ F'_y = \dfrac{\varkappa \varepsilon}{H^2} [-2hH - 2H'_y (ax - hy) + h^2 - a^2]. \end{cases}$$

Valorile extremale ale cîmpului F se obțin prin determinarea punctelor de extremum relativ, care se găsesc printre soluțiile sistemului

$$F'_x = 0, \quad F'_y = 0,$$

sau încă

$$(19)\quad aH - H'_x\left(ax - hy + \frac{h^2 - a^2}{2}\right) = 0, \quad hH + H'_y\left(ax - hy + \frac{h^2 - a^2}{2}\right) = 0.$$

Dacă se notează acum cu $P_0(x_0, y_0)$ o soluție oarecare a sistemului (19) sau a sistemului echivalent

$$(20)\quad \begin{cases} y = \dfrac{(aa_{12} - ha_{11})\,x + aa_{23} - ha_{13}}{aa_{22} - hy_{12}}, \\ aH - H'_x\left(ax - hy + \dfrac{h^2 - a^2}{2}\right) = 0, \end{cases}$$

este cunoscut faptul că dacă $\Delta = F''_{x^2}F''_{y^2} - (F''_{xy})^2 > 0$ atunci P_0 este punct de extremum și anume, dacă $F''_{x^2} > 0$ el este punct de minim, iar dacă $F''_{x^2} < 0$ el este punct de maxim relativ al cîmpului $F(x, y)$.

Sistemul (20) fiind un sistem algebric de gradul al doilea, poate fi totdeauna rezolvat exact prin eliminarea uneia dintre cele două necunoscute, astfel încît pot fi determinate două, unul sau nici un punct staționar. Studiul semnelor derivatelor secunde ale lui $H(x, y)$ poate preciza, în general, dacă punctele staționare găsite sînt, sau nu sînt, puncte de extremum. În cazul de față avem

$$(21')\quad H'_x = 2(a_{11}x - a_{12}y + a_{13}), \quad H'_y = 2(-a_{12}x + a_{22}y - a_{23}),$$

$$(21'')\quad H''_{x^2} = 2a_{11}, \quad H''_{xy} = -2a_{12}, \quad H''_{y^2} = 2a_{22}$$

și, drept urmare, rezultă

$$(22)\quad \begin{cases} F''_{x^2} = \dfrac{\varkappa\varepsilon}{H^3}\{[2(ax - hy) + h^2 - a^2](2H'^2_x - HH''_{x^2}) - 4aHH'_x\}, \\ \Delta = \dfrac{\varkappa^2}{H^6}(\{[2(ax - hy) + h^2 - a^2](2H'^2_x - HH''_{x^2}) - 4aHH'_x\} \times \\ \quad \times \{[2(ax - hy) + h^2 - a^2](2H'^2_y - HH''_{y^2}) + 4hHH'_y\} - \\ \quad -\{[2(ax - hy) + h^2 - a^2](2H'_xH'_y - HH''_{xy}) + (2hH'_x - 2aH'_y)H]^2). \end{cases}$$

Prin urmare, în ipoteza că sistemul (20) are două soluții reale, se obțin două puncte staționare, $P_1(x_1, y_1)$ și $P_2(x_2, y_2)$, care sînt singurele în stare să furnizeze extremele relative ale funcției $F(x, y)$. Din punctul de vedere al aplicațiilor interesează valorile lui F astfel încît $F(P) \geqslant 1$. Un simplu proces de optimizare furnizează posibilitatea de a stabili regiunea din planul xOy în care poate varia polul P al spiralei astfel încît spiralele corespunzătoare să corespundă condiției de echilibru limită, sau dimpotrivă, condiției de maximum a coeficientului de siguranță.

J. Verdeyen și V. Roisin [5] au demonstrat că, în cazul unui taluz plan, polul spiralei logaritmice critice se găsește pe verticala care împarte taluzul în două părți egale, adică pe dreapta de ecuație $x = a_1/2$, dar cu ipoteza tacită că toate spiralele considerate sînt egale (doar translate). Acceptînd această ipoteză, rezultă că polii spiralelor critice de alunecare se află la intersecția conicei $F(x, y) = 1$ cu dreapta $x = a_1/2$.

În cazul în care unghiul superior de rupere al taluzului, notat cu α, poate fi suficient de bine aproximat, polul spiralei critice de alunecare poate fi considerat ca fiind situat la intersecția conicei $F(x, y) = 1$ cu dreapta $y = -\operatorname{ctg}(\Phi + \alpha)(x - a)$, (v. [1]). Totodată este bine să fie luată în considerație și intersecția conicei $F(x, y) = F_{\min.}$ cu această dreaptă, unde $F_{\min.}$ este valoarea de minim relativ a funcției F, în cazul în care aceasta există.

Este de presupus că numai un studiu mai complex al cîmpului $F(x, y)$, prin trasarea liniilor de nivel ale acestui cîmp și considerarea cîmpului grad F precum și analizarea variației cîmpului F în funcție de parametrii de care depinde, vor furniza posibilitatea stabilirii unor date aproximative ameliorate pentru fiecare problemă în parte.

4. Variația polului spiralei de alunecare în funcție de a

Dacă în (10) se substituie $F = 1$, $(M_c = M_T)$, se obține condiția de echilibru limită, care se exprimă prin faptul că polii spiralelor corespunzătoare de alunecare se află pe conica de ecuație

$$H(x, y) - \varepsilon\varkappa\,[2(ax - hy) + h^2 - a^2] = 0, \tag{23}$$

unde $\varepsilon = 1$ dacă $(x, y) \in D_1$ și $\varepsilon = -1$ dacă $(x, y) \in D_2$.

Explicitînd pe $H(x, y)$ din (11) și apoi efectuînd reducerea termenilor, din (23) se obține familia de conice

$$\begin{aligned}\varphi(x, y, a) \equiv\ & a_{11}x^2 - 2a_{12}xy + a_{22}y^2 + 2(a_{13} - \varepsilon\varkappa a)x + \\ & + 2(\varepsilon\varkappa h - a_{23})y + a_{33} + \varepsilon\varkappa(a^2 - h^2) = 0,\end{aligned} \tag{24}$$

în care coeficienții a_{ij}, $(i, j = 1, 2, 3)$, sînt dați de (6) și depind de parametrul a, care poate fi presupus variabil pe semidreapta $(a_1, +\infty)$. Pentru $a \in (a_1, +\infty)$, familia de conice (24) reprezintă mulțimea tuturor conicelor critice, în care fiecare conică este locul tuturor polilor spiralelor de alunecare critice care trec prin punctele $A(a, 0)$ și $B(0, h)$.

Fie acum pe lîngă conica $\varphi(x, y, a) = 0$ și conica vecină $\varphi(x, y, a + \Delta a) = 0$, corespunzătoare valorii $a + \Delta a$ a parametrului. Atunci, punctele de intersecție ale acestor conice (cînd ele există) vor tinde la limită, pentru $a \to 0$, către punctele caracteristice ale familiei de conice (24), care definesc înfășurătoarea acestei familii și care are ecuațiile

$$\varphi(x, y, a) = 0, \qquad \varphi'_a(x, y, a) = 0. \tag{25}$$

Ținînd seamă de faptul că

$$\begin{cases} \dfrac{\partial a_{11}}{\partial a} = 3\sin 2\psi, & \dfrac{\partial a_{12}}{\partial a} = -\cos 2\psi - 2, & \dfrac{\partial a_{22}}{\partial a} = \sin 2\psi, \\ \dfrac{\partial a_{13}}{\partial a} = -3a\sin 2\psi, & \dfrac{\partial a_{23}}{\partial a} = 2a + a\cos 2\psi, & \dfrac{\partial a_{33}}{\partial a} = 3a^2\sin 2\psi, \end{cases} \tag{26}$$

după înlocuirile corespunzătoare în (25) se obține

$$(25')\begin{cases}\varphi(x, y, a) = 0,\\ \varphi'_a(x, y, a) \equiv (3\sin 2\psi)\, a^2 - 2\,[3x\sin 2\psi + (\cos 2\psi + 2)\, y - \varepsilon\varkappa]\, a + \\ \qquad + [3x^2\sin 2\psi + 2(2+\cos 2\psi)xy + y^2\sin 2\psi - 2\varepsilon\varkappa x + 2\varepsilon\varkappa hy] = 0,\end{cases}$$

care sînt *ecuațiile parametrice ale înfășurătoarei familiei de conice critice* (24). Ecuația implicită a acestei înfășurătoare se obține prin eliminarea parametrului a între ecuațiile (25'), determinîndu-l mai întîi pe a din ecuația a doua și înlocuind apoi valoarea convenabilă obținută în funcție de x și y, de forma $a = \alpha(x, y)$, în prima ecuație din (25'), obținîndu-se în final o ecuație de forma

$$(27) \qquad \varphi(x, y, \alpha(x, y)) = 0.$$

Această înfășurătoare, fiind independentă de a, *reprezintă locul geometric al polilor spiralelor critice de alunecare, care trec prin B, dar nu depind explicit de* $a > a_1$.

Existența acestui loc ca și posibilitatea rezolvării sistemului (25') pot fi constatate în felul următor : se calculează mai întîi discriminantul ecuației secunde din (25') și se obține

$$(28) \qquad D = (2\cos 2\psi + 1)^2 y^2 - 2\varepsilon\varkappa\,(3h\sin 2\psi + \cos 2\psi + 2)\, y + \varkappa^2.$$

Deoarece discriminantul δ al acestui trinom în variabila y,

$$(4.7) \qquad \delta = 3\varkappa^2\,(3h\sin 2\psi + 2\sin^2\psi)\,(h\sin 2\psi + 2\cos^2\psi),$$

este pozitiv pentru $\psi \in [0, \pi/2]$, urmează că există două valori, y_1 și y_2, $(y_1 < y_2)$, astfel încît pentru $y \in (-\infty, y_1) \cup (y_2, +\infty)$ să rezulte $D > 0$, ceea ce demonstrează existența funcției $a = \alpha(x, y)$ pe domeniile indicate. Posibilitățile de excepție se studiază pentru fiecare caz particular, în parte.

Variația coeficientului de siguranță în funcție de a, nu numaidecît în condițiile de mai înainte, ale echilibrului limită, ci în cazul general, se poate face studiind monotonia funcției $F(x, y, a)$ ca funcție numai de variabila a, cu ajutorul derivatelor succesive F'_a, F''_{a^2} ,...., ale acestei funcții și ale punctelor de extremum relativ, care eventual ar exista.

5. Concluzii

Din cele prezentate în paragrafele anterioare rezultă că pentru efectuarea unui studiu amănunțit al coeficientului de siguranță privind stabilitatea taluzurilor, se poate proceda după cum urmează :

1. Se stabilește mai întîi formula coeficientului de siguranță contra alunecării taluzurilor plane, în cazul în care suprafața cilindrică de alunecare are secțiunile determinate de arce de spirale logaritmice, în funcție de coordonatele polului spiralei de alunecare, ca o funcție rațională de aceste coordonate, conform formulei (7), în care coeficienții au expresiile (6).

2. Se trasează liniile de nivel corespunzătoare cîmpului scalar definit de F, care sînt date de familia de conice de ecuație (15).

3. Se studiază viteza de variație a cîmpului și a direcțiilor rapide de propagare ale cîmpului F, prin studiul cîmpului vectorial grad F, dat de (17).

4. Cu ajutorul ecuațiilor (23) se determină punctele pentru care cîmpul F prezintă extreme relative, cu scopul determinării unui domeniu plan suficient de restrîns, în vecinătatea punctului de minim relativ și a conicei corespunzătoare cazului de echilibru limită, pentru care polul spiralei de alunecare are pozițiile cele mai defavorabile ori, din contra, în vecinătatea punctului de maxim relativ, în care rezultă o valoare optimă pentru coeficientul de siguranță.

5. În fine, se poate proceda la studiul variației cîmpului F și în funcție de parametrul a, mai întîi pentru cazul echilibrului limită, stabilindu-se ecuațiile înfășurătoarei (25′) a unei familii de conice critice și apoi, la stabilirea intervalelor de monotonie ale lui F, ca funcție de a, în conformitate cu indicațiile date în paragraful precedent.

Primită la 1 octombrie 1976

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de beton armat și construcții hidrotehnice
și
Catedra de matematici

BIBLIOGRAFIE

1. Zavati V., Murgescu V., *Contribuții la calculul stabilității taluzurilor prin metoda spiralei logaritmice* (I). Bul. Inst. polit. Iași, XXI (XXV), *1 — 2*, s. V (1975).
2. Zavati V., Murgescu V., *Contribuții la calculul stabilității taluzurilor prin metoda spiralei logaritmice* (II). Bul. Inst. polit. Iași, XXII (XXVI), *1 — 2*, s. V (1976).
3. Zavati V., *Contribuții la calculul stabilității taluzurilor de pămînt.* Teză de doctorat, Inst. polit., Iași, 1975.
4. Rendulic L., *Ein Beitrag zur Bestimmung der Gleitsicherheit.* Bauingenieur, **16**, 230 — — 233 (1935).
5. Verdeyen J., Roisin V., *Stabilité des terres.* Eyrolles, Paris, 1955.

SUR LE COEFFICIENT DE SÛRETÉ EN CONNEXION AVEC LE PROBLÈME DE LA STABILITÉ DES TALUS PAR LA MÉTHODE DE LA SPIRALE LOGARITHMIQUE

(Résumé)

Admettant l'hypothèse que le glissement dans un talus se produit suivant une surface cylindrique ayant la courbe directrice de la forme d'une spirale logarithmique, on a étudié la manière de déterminer les dimensions correspondantes à l'obtention d'un coefficient de sûreté optimum en fonction des éléments géométrique du talus et de l'angle de frottement intérieur, problème d'une importance particulière dans l'établissement des projets pour les constructions hydrotechniques en terre.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C. Z. 628.3

APLICAREA TEORIEI CONSOLIDĂRII SOLURILOR LA DETERMINAREA ADÎNCIMII ZONEI DE COMPRESIUNE A ÎNGROŞĂTORULUI

DE

V. MUŞAT şi M. DIMA

1. Introducere

În cadrul soluţiilor de repunere în circulaţie a apelor uzate şi de protecţie a resurselor naturale de apă, staţiile de epurare joacă un rol hotărîtor. Oricare metodă de epurare a apelor uzate pune în mod implicit şi problema tratării nămolurilor. Deşi nămolul nu reprezintă decît 3...5 % din volumul de ape uzate, cheltuielile pentru tratarea lor constituie 30 ... 40% din cheltuielile generale ale staţiei de epurare [1]. Pentru reducerea acestor cheltuieli, generate îndeosebi de gabaritele relativ mari ale construcţiilor şi instalaţiilor de prelucrare ulterioară a nămolurilor, deshidratarea constituie soluţia adoptată în majoritatea cazurilor. Dintre metodele de deshidratare, literatura de specialitate [2]...[4] recomandă procedeul prin îngroşare gravitaţională, deoarece constituie soluţia cea mai economică, simplă şi eficientă, de reducere a umidităţii şi deci a volumului nămolurilor. Acest proces se desfăşoară în bazine decantoare clasice de tip vertical sau radial funcţionînd pe baza diferenţelor de densitate lichid — solid, fără efect de modificare a structurii fizice şi chimice şi fără să utilizeze mijloace mecanice sau chimice auxiliare. Îngroşarea gravitaţională prezintă aşa-zisul fenomen de sedimentare împiedicată datorită naturii relativ concentrate a solidelor din apele uzate menajere şi industriale, sedimentarea particulelor în masă creînd o suprafaţă netă de separaţie între solidele în curs de sedimentare şi lichid (supernatant) [5].

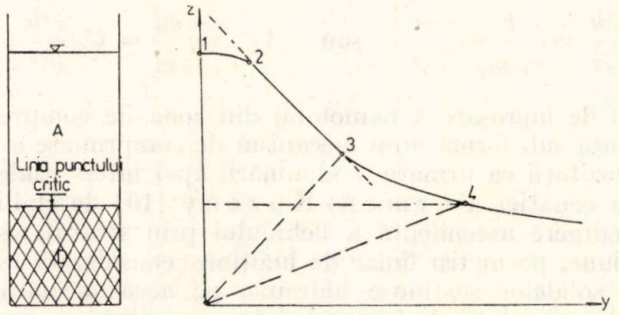


Fig. 1

Majoritatea cercetătorilor admit că într-un sistem de îngroşare gravitaţională există patru zone principale, aşa cum sînt arătate în fig. 1. Zona *I*, delimitată de punctele *1 — 2*, constituie zona de limpezire la partea superioară care conţine lichid supernatant. Zona *II* constituie zona de sedimentare împiedicată, caracterizată printr-o viteză constantă de sedimentare corespunzătoare concentraţiei iniţiale a solidelor. În această zonă concentraţia nămolului rămîne constantă pînă cînd suprafaţa de separaţie a sedimentării se apropie de supra-

fața de separație a concentrației critice. Pe măsură ce crește adîncimea solidelor sedimentate, suspensiile sedimentate încep să preseze asupra straturilor de dedesubt, determinînd apariția zonei *III*, de tranziție. În toată zona de tranziție, cuprinsă între punctele *3* și *4*, viteza de sedimentare descrește datorită sporirii densității și viscozității suspensiei care înconjoară particulele. Viteza de sedimentare din zonele *II* și *III* poate fi utilizată la stabilirea suprafeței necesare pentru îngroșarea nămolului. Atunci cînd concentrația solidelor ajunge atît de mare încît acestea să fie susținute mecanic de straturile de sub ele, se formează zona *IV*, de compresiune. În această zonă concentrația solidelor crește pe măsură ce apa antrenată este forțată să se deplaseze ascendent prin interspațiile straturilor.

Din analiza globală a graficului din fig. 1 se constată o discontinuitate în punctul *4* (punctul critic), unde procesul de sedimentare împiedicată se transformă într-unul de compresie. Zona de compresiune din interiorul îngroșătorului a fost studiată pe cale empirică [6] admițînd ca singură variabilă timpul necesar de eliminare a apei printre straturile de nămol îngroșat. Alte studii [7] au analizat această zonă în funcție de viteza de coborîre a suprafeței de separație apă — nămol în condițiile existenței unui gradient mare al concentrației.

Ținînd seama de faptul că zona de compresiune condiționează adîncimea îngroșătorului, în lucrarea de față se studiază, teoretic și experimental, acest aspect deosebit de important în proiectarea îngroșătoarelor, utilizînd teoria consolidării solurilor.

2. Particularizarea teoriei consolidării solurilor la zona de compresiune a îngroșătorului

Modificarea concentrației solidelor în zona de compresiune a îngroșătorului are la bază ipoteza eliminării apei din pori, definită de legea curgerii prin medii poroase, fapt care permite aplicarea teoriei consolidării solurilor. Procesul de îngroșare a nămolului poate fi asimilat cu o curgere ascendentă a apei printr-un mediu poros, considerînd suprafața limită inferioară — fundul impermeabil, iar cea superioară, permeabilă. Această observație permite particularizarea teoriei consolidării monodimensionale a solurilor saturate, în forma simplificată, a lui T e r z a g h i, exprimată prin relația [8], [9] :

$$(1') \qquad \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k}{\gamma_w m_v} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad \text{sau} \quad (1) \qquad \frac{\partial u}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}.$$

Procesul de îngroșare a nămolului din zona de compresiune a bazinului se prezintă sub forma unui mecanism de comprimare a solidelor prin reducerea porozității ca urmare a eliminării apei interstițiale, ceea ce permite aplicarea ecuației C a r m e n - K o z e n y [10] de stabilire a vitezei aparente de curgere ascendentă a lichidului prin stratul respectiv. Diferența de presiune, pe metru liniar de înălțime, considerată egală cu greutatea netă a solidelor susținute hidraulic pe această înălțime, permite scrierea următoarei relații de legătură între porozitate și presiune :

$$(2) \qquad \Delta p = (\rho_s - \rho_w) g - \varepsilon (\rho_s - \rho_w) g,$$

de unde rezultă :

$$(3) \qquad \varepsilon = 1 - \frac{\Delta p}{(\rho_s - \rho_w) g}.$$

În funcție de variația cifrei porilor raportată la presiunea Δp pe unitatea de înălțime, ecuația (2) se poate scrie și sub forma :

$$\Delta p = \frac{1}{1+e}(\rho_s - \rho_w)\, g. \tag{4}$$

Ținînd seama de faptul că coeficientul modificării de volum, m_v, reprezintă raportul dintre tasarea nămolului și variația presiunii corespunzătoare, avînd în vedere notațiile de mai sus, se poate scrie relația :

$$m_v = \frac{1}{(\rho_s - \rho_w)\, g}, \tag{5}$$

care permite definirea coeficientului convențional de consolidare, C_v, pentru o creștere a presiunii pe unitatea de înălțime a îngroșătorului :

$$C_v = \frac{k}{\gamma_w m_v} = \frac{k(\rho_s - \rho_w) g}{\gamma_w}. \tag{6}$$

Întrucît într-un îngroșător parametrul dominant care intervine în proces este concentrația nămolului, a cărei mărime poate fi determinată la orice nivel, se va defini coeficientul de consolidare în funcție de concentrația gravimetrică exprimată în substanță uscată, sub forma :

$$C_v = \frac{kC(\rho_s - \rho_w) g}{\rho_s \gamma_w}. \tag{7}$$

Într-un punct A aflat într-un strat din interiorul zonei de compresiune la adîncimea z (fig. 2), la nivelul suprafeței ce limitează partea superioară a zonei de compresiune, căreia îi corespunde adîncimea H_c, se pot scrie relațiile :

$$C_v = \frac{k(\rho_s - \rho_w) g H_c}{\gamma_w} = \frac{kC(\rho_s - \rho_w) g H_c}{\rho_s \gamma_w} \tag{8}$$

și

$$\Delta p_z = (1 - \varepsilon)(\rho_s - \rho_w) g (H_c + z) \tag{9'}$$

sau

$$\Delta p_z = \frac{\Delta p_0}{H_c}(H_c + z). \tag{9}$$

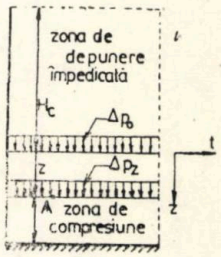


Fig. 2

Prin particularizări adecvate ale zonei de compresiune a îngroșătorului, ecuația (1) a lui T e r z a g h i, care permite determinarea adîncimii zonei de compresiune și a modului în care aceasta variază în funcție de timpul de eliminare a apei interstițiale din interiorul particulelor, devine :

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{k(\rho_s - \rho_w) g H_c}{\gamma_w} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}. \tag{10}$$

Integrarea acestei ecuații diferențiale cu derivate parțiale, de tip parabolic, printr-un procedeu care face apel la diferențe finite după variabilele z și t, respectînd condițiile de contur și de compatibilitate specifice procesului, a permis elaborarea unui program în limbaj FORTRAN care poate fi generalizat.

3. Cercetări experimentale

Procesul de îngroșare a nămolului fiind deosebit de complex, a implicat necesitatea elaborării unui vast program experimental în baza căruia să se poată urmări principalii parametri care influențează desfășurarea procesului. În acest scop s-au efectuat experiențe de laborator cu nămolurile fermentate și active provenite de la stațiile de epurare din municipiul Iași.

În lucrarea de față sînt prezentate datele obținute la nămolurile fermentate cu o concentrație inițială de 30 kg/m³ și cu înălțimi inițiale în tuburile experimentale de 1,25 m, 1,0 m și 0,75 m, obținîndu-se următoarele elemente de calcul : $H_c = 0{,}55$ m, 0,40 m și 0,38 m, corespunzătoare celor trei înălțimi inițiale ; $\rho_s = 1\,600$ g/cm³ ; $\Delta p_0 = 7{,}9.10^{-4}$ daN/cm², $5{,}52.10^{-4}$ daN/cm² și 5.10^{-4} daN/cm² ; concentrațiile în punctul de început al zonei de compresiune au fost de 46,6 kg/m³, 43,6 kg/m³ și 36,6 kg/m³ ; coeficientul de permeabilitate corespunzător concentrațiilor respective s-a estimat după datele din literatura de specialitate [11] ca fiind de 14.10^{-6} cm/s, 16.10^{-6} cm/s și 33.10^{-6} cm/s.

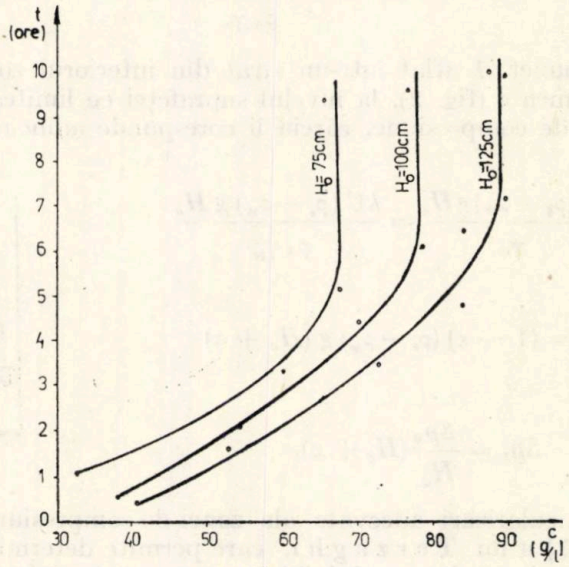


Fig. 3

Rezultatele obținute sînt prezentate grafic în fig. 3...6, prin intermediul cărora se poate determina, indirect, adîncimea zonei de compresiune. În fig. 3 sînt prezentate curbele de variație a concentrației nămolu-

lui în funcție de timp. Se constată că după un interval de 6...8 ore procesul de îngroșare poate fi considerat terminat iar concentrația maximă corespunzătoare presiunii de consolidare, determinată în principal de înălțimea stratului de nămol, va corespunde gradului de îndesare limită specifică fiecărui tip de nămol.

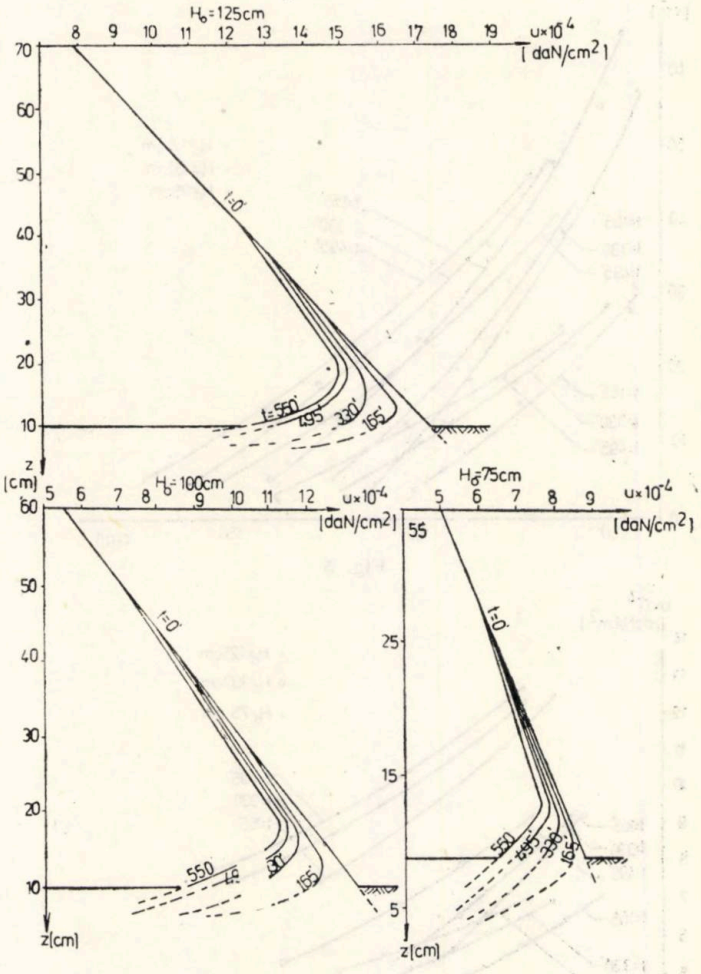


Fig. 4

Curbele izocrone din fig. 4, trasate pentru nămolul fermentat și corespunzătoare celor trei adîncimi inițiale, considerînd diferite durate de staționare a nămolului în zona de compresiune indică variații corespunzătoare ale presiunii porilor pe seama apei evacuate.

Curbele din fig. 5 reprezintă modul de variație a concentrației nămolului îngroșat în funcție de înălțimea inițială a nămolului îngroșător. Datele obținute confirmă cele arătate în fig. 3.

Cu ajutorul curbelor din fig. 6, care exprimă variația concentrației nămolului îngroșat în funcție de presiunea apei din pori, se poate determina durata de staționare a nămolului în zona de compresiune pentru a realiza concentrația dorită sau invers, după cum dictează considerentele de exploatare.

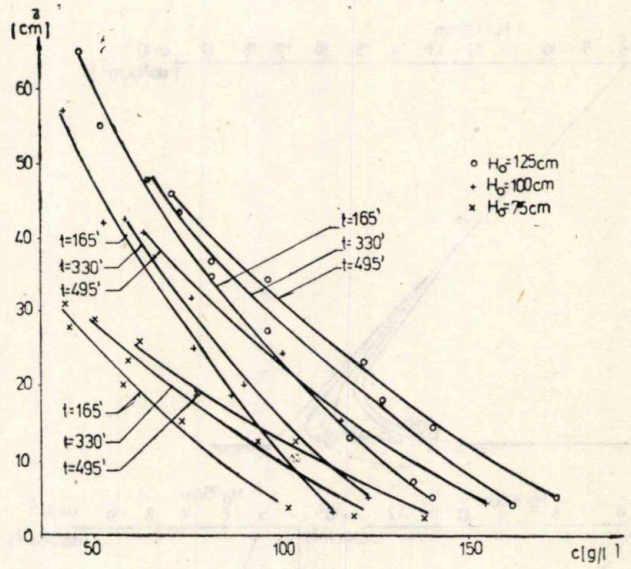


Fig. 5

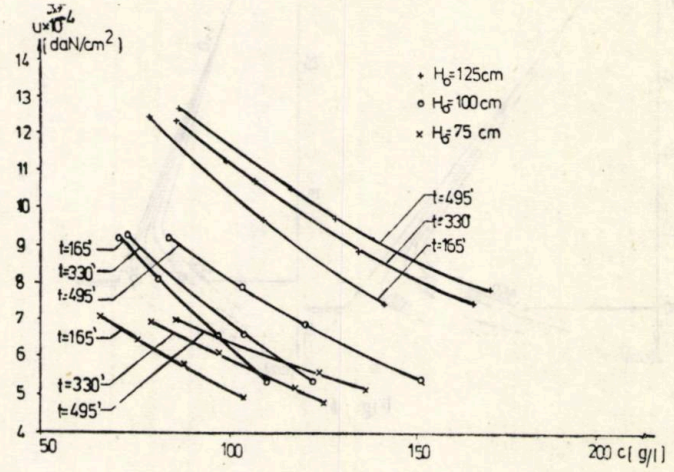


Fig. 6

4. Concluzii

Determinarea adîncimii zonei de compresiune a îngroșătorului, admițînd ca variabilă principală timpul necesar de eliminare a apei din particulele nămolului (echivalent cu timpul de staționare între două evacuări),

permite, prin analogie, aplicarea teoriei de consolidare a solurilor din mecanica pământurilor. Metoda de calcul indicată a condus la rezultate asemănătoare celor existente în literatura de specialitate, în schimb durata de calcul este mult redusă prin aplicarea programului în limbaj FORTRAN rulat pe calculatorul Felix C-256.

Diagramele obținute permit rezolvarea grafică a problemei cu mențiunea că valabilitatea lor este limitată numai la anumite tipuri de nămoluri.

În atenția autorilor va sta extinderea gamei de nămoluri, astfel ca rezultatele să poată fi generalizate de către toți specialiștii.

Notații

u — presiunea apei din pori, [daN/cm^2];
z — adîncimea zonei de compresiune, [cm];
k — coeficientul de permeabilitate, [cm/s];
γ_w — greutatea specifică a lichidului din pori, [daN/cm^3];
m_v — coeficientul modificării de volum [cm^2/daN];
C_v — coeficient de consolidare, [cm^2/s];
Δp — diferența de presiune pe unitatea de înălțime, [daN/cm^2];
Δp^z — presiunea de consolidare la adîncimea z, [daN/cm^2];
ρ_s, ρ_w — densitatea particulelor solide, respectiv a apei, [kg/cm^3];
ε — porozitatea;
e — cifra porilor;
C — concentrația gravimetrică a nămolului, [kg/cm^3];
H_c — adîncimea inițială a zonei de compresiune, [cm].

Primită la 22 noiembrie 1976

Institutul politehnic, Iași
Catedra de beton armat și construcții hidrotehnice

BIBLIOGRAFIE

1. Ghederim V., *Tendințe actuale în prelucrarea nămolurilor provenite din epurarea apelor uzate.* Hidrotehnica, **19**, *5*, 221 — 225 (1974).
2. Dima M., *Contribuții la studiul și dimensionarea îngroșătoarelor de nămol.* Teză de doctorat, Inst. polit., Iași, 1976.
3. Dick R., *Attitudes in Sludge Treatment on Disposal.* J. Env. Eng., Div. EE$_5$, **100**, *10*, 1077 — 1095 (1974).
4. Fitch B., *Current Theory and Thickener Design.* Ind. Eng. Chem., **58**, *10*, 18 — 28 (1966).
5. Fitch B., *Les principes fondamentaux du processus de sédimentation.* Techn. et Sci. Munic., *11*, 393 — 399 (1963).
6. Behn C., *Analysis of Thickener Operation.* J. Sanit. Eng., Div. SA$_3$, **89**, *6*, 1 — 15 (1963).
7. Michaelis S. a.o., *Settling Rates and Sediment Volumes of Floculated Kaolin Suspensions.* Ind. Chem. Eng., **1**, *1*, 24 — 32 (1962).
8. Silion T., *Geologie, geotehnică și fundații.* Vol. 1, Inst. polit., Iași, 1972.
9. Suklje L., *Rheological Aspects of Soil Mechanics.* London, 1969, 103 — 241.
10. Mateescu Cr., *Hidraulica.* EDP, Buc., 1963, 739 — 750.
11. Kalbskopf H. K., *Studies on the Design Data of Gravity Thickening.* Water Res., **6**, *4—5*, 499 — 502 (1972).

L'APPLICATION DE LA THÉORIE DE LA CONSOLIDATION DES SOLS POUR LA DÉTERMINATION DE LA PROFONDEUR DE LA ZONE DE L'ÉPAISSISSEUR

(Résumé)

En vue de l'étude de la zone de compression on particularise la théorie de la consolidation des sols en partant des phénomènes connus en ce qui concerne le processus de l'épaississement des boues par gravitation.

Les résultats des expériences confirment les hypothèses admises.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secţia V
CONSTRUCŢII. ARHITECTURĂ

C. Z. 624.1; 551.571

DETERMINAREA ÎN LABORATOR A EVOLUŢIEI ZONEI DE UMEZIRE LA PĂMÎNTURILE LOESSOIDE COMPACTE

DE

TUDOR SILION şi AL. CIORNEI

1. Generalităţi

Pernele de pămînt (cu mijloace rutiere sau cu maiuri grele) au o tehnologie simplă de execuţie şi elimină sensibilitatea la umezire în limitele grosimii lor. Ele sînt recomandate ca metodă de consolidare pentru pămînturile loessoide care nu prezintă tasări suplimentare prin umezire datorită acţiunii propriei greutăţi.

Grosimea pernei de pămînt sub talpa fundaţiei se determină din condiţia eliminării tasării suplimentare prin umezire datorită sarcinilor transmise de fundaţii.

Mărimea tasării prin umezire a pămînturilor consolidate cu perne de pămînt este condiţionată, în mare măsură, de forma şi dimensiunile zonei de umezire ce se dezvoltă în aceste pămînturi sub presiunea transmisă de fundaţii.

Migraţia apelor prin terenurile loessoide, sensibile la umezire, consolidate şi în special neconsolidate, a făcut obiectul preocupărilor a numeroşi cercetători [1] ... [4].

Studierea zonei de umezire (în jurul unei surse de apă) ce se dezvoltă în pămînturile consolidate cu perne de pămînt poate avea ca implicaţii practice: delimitarea zonei de protecţie a clădirilor învecinate şi determinarea timpului disponibil pentru intervenţii în caz de avarii.

Dimensiunile zonei de umezire în cadrul pernelor de pămînt se pot determina prin stabilirea bilanţului dintre apa conţinută de pămîntul compactat şi cantitatea maximă de apă pe care o poate conţine zona de umezire în mod real.

În vederea aprecierii în laborator a creşterii în timp a zonei de umezire s-a pornit de la o serie de elemente cunoscute, ca de exemplu cantitatea de apă infiltrată în diferite momente, dimensiunile, pe orizontală şi verticală, ale zonei umezite.

2. Descrierea aparatului utilizat

În vederea urmăririi în condiţii de laborator a evoluţiei zonei de umezire, funcţie de cantitatea de apă provenită de la sursa de umezire şi de timp, în cadrul laboratorului de geotehnică al Facultăţii de construcţii din Iaşi, a fost conceput un aparat prezentat în fig. 1 şi 2.

Aparatul se compune dintr-o masă-suport metalică, *9*, pe care se fixează, prin intermediul şuruburilor, o cutie metalică *7*; unul dintre pereţii cutiei este alcătuit dintr-o placă din plexiglas riglată *8*. Pentru schimbarea ştanţelor *6* de suprafeţe diferite, pe pereţii laterali ai cutiei *7* a fost

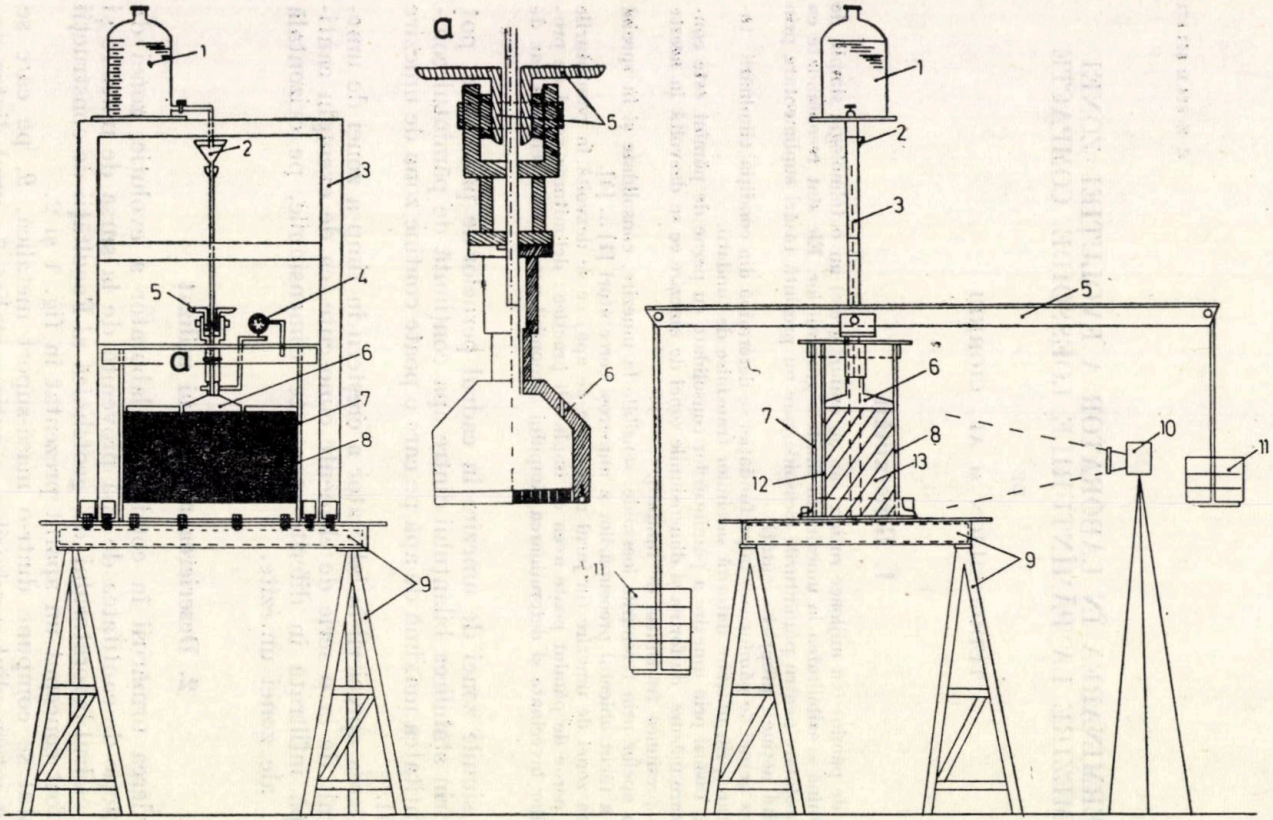


Fig. 1 — Aparat pentru determinarea, în laborator, a evoluției zonei de umezire: 1 — vas gradat cu apă; *2* — pîlnie cu dispozitiv de umezire uniformă; *3* — cadran metalic mobil; *4* — microcomparator; *5* — pîrghii pentru transmiterea presiunii; *6* — ștanță cu talpă găurită; *7* — cutie metalică; *8* — placă de plexiglas cu caroiaj; *9* — masă suport metalică; *10* — aparat foto; *11* — greutăți; *12* — placă metalică mobilă; *13* — probă de pămînt.

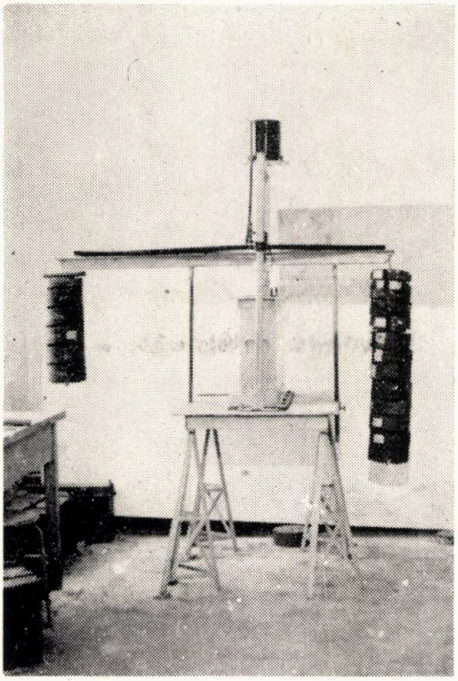


Fig. 2.—Aspect din timpul experimentărilor în vederea determinărilor formei zonei de umezire.

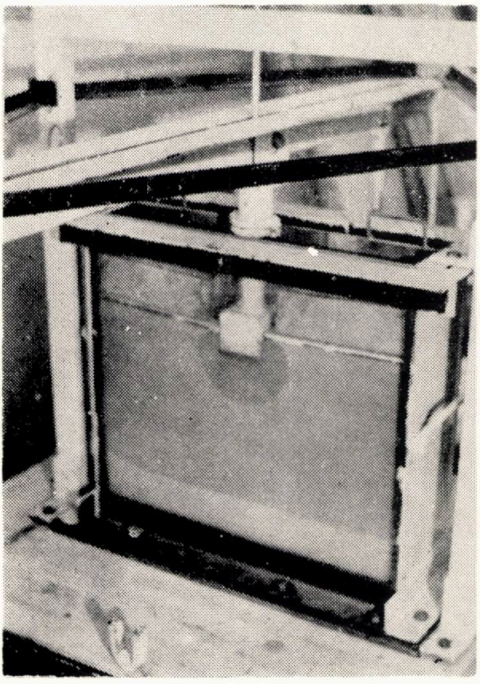


Fig. 3.—Zona de umezire dezvoltată în cazul folosirii ștanței metalice cu $S = 50$ cm².

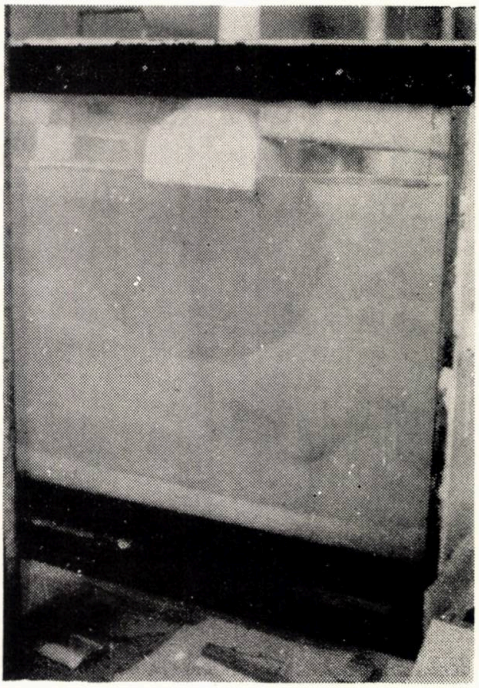


Fig. 4.— Aspect al zonei de umezire, în cazul încărcării și inundării probei de pământ prin intermediul ștanței metalice cu $S=150$ cm².

prevăzut un ghidaj prin care se introduce o placă mobilă *12*, funcție de mărimea ștanței folosite la experimentări. Pe masa metalică *9* se fixează, prin intermediul unor corniere, un cadru metalic mobil *3*, care servește drept suport pentru recipientul gradat (umplut cu apa de umezire). Același cadru servește drept ghidaj pentru sistemul de transmitere a presiunii *5* și cel de scurgere a apei în vederea umezirii probei.

Încărcarea probei de pământ se realizează prin intermediul unor ștanțe metalice *6* și a unor pîrghii contravîntuite (fig. 2) de cadrul mobil, pentru a înlesni transmiterea centrică a încărcării datorită greutăților din fontă *11*. Umezirea probei se realizează cu ajutorul apei din recipientul gradat *1*, prin intermediul ștanțelor metalice prevăzute cu placă găurită (fig. 1 — detaliul *a*), la contactul cu proba de pământ. Pentru experimentări s-au folosit diferite tipuri de ștanțe, avînd suprafețele de 50, 100, 150 cm^2.

3. Realizarea experimentărilor

În scopul propus și anume, acela de a urmări dezvoltarea zonei de umezire funcție de cantitatea de apă de la sursa de inundare precum și funcție de timp, s-au efectuat trei experimentări distincte, folosind ștanțele metalice *6* cu suprafețele de 50, 100 și 150 cm^2.

Probele de pământ loessoid compactate, care au fost supuse umezirii, s-au realizat în cutia metalică *7*, în straturi de aceeași grosime și cu același număr de bătăi cu maiul.

După realizarea probei de pământ loessoid compactat s-a montat ștanța metalică *6* împreună cu greutățile *11*, ce reprezintă sarcina geologică. Presiunea pe suprafața de contact a ștanței cu proba de pământ s-a realizat prin încărcarea (în trepte de 0,5 daN/cm^2) cu ajutorul greutăților de fontă *11*. Aceste greutăți au fost așezate pe brațele pîrghiei *5*, obținîndu-se în final, pe suprafața de contact, o presiune de 2,0 daN/cm^2 (fig. 2).

După terminarea încărcării și obținerea, prin citirea la microcomparatorul *4*, a unei deformații mai mici decît 0,01 mm în 24 ore, s-a început umezirea probei de pământ compactat, cu apa din recipientul gradat *1*.

Observarea evoluției formei zonei de umezire se realizează prin placa de plexiglas *8*, care are imprimat un caroiaj, necesar măsurării acestei zone.

Zona de umezire este fotografiată (*10*) la anumite intervale de timp, iar pe fotografii (fig. 3 și 4) sînt măsurate dimensiunile ei.

4. Rezultatele experimentărilor

Analiza rezultatelor observării vizuale a pus în evidență faptul că prin pătrunderea continuă a apei (prin ștanța cu placa găurită la bază, *6*) în proba de pământ compactat infiltrarea apei se realizează în tranziție prin zona deformațiilor de prăbușire.

Experiențele realizate cu cele trei tipuri de ștanțe metalice, prin care se transmite presiunea probelor de pământ compactat, au arătat că

zona de umezire se prezintă, aproximativ, sub forma unei elipse cu axa mare dispusă pe orizontală.

Prin creșterea cantității de apă infiltrată de sursa de umezire, forma eliptică a zonei de umezire devine foarte evidentă (fig. 3 și 4).

Din rezultatele obținute s-a constatat că la o aceeași cantitate de apă conținută în proba de pământ loessoid compactat, axa verticală a elipsei zonei de umezire este cu atît mai mică, cu cît suprafața ștanței metalice (*6*, fig. 1) crește.

În cadrul fiecărei experimentări (cu cîte un tip de ștanță) s-au determinat umiditatea naturală înainte de umezirea probelor de pământ compactat (W), cea de după umezire (W_f) și densitatea aparentă în stare uscată (ρ_d).

Datele corespunzătoare celor trei tipuri de ștanțe sînt cuprinse în tabelul 1. Alături de aceste date apar valorile semiaxei verticale a elipsei zonei de umezire funcție de diferite rapoarte b/Q (în care b — semiaxa verticală a zonei de umezire și Q — cantitatea de apă infiltrată în proba de pământ).

Tabelul 1

Suprafața ștanței cm²	Raportul b/Q [l/cm]	
	0,20	0,35
50	— 3,51% *)	— 6,731%
100	— 0,54%	— 0,88%
150	— 8,63%	— 10,84%

*) abaterea de la valorile experimentale ale semiaxei verticale (%).

Zona de umezire poate fi considerată ca un volum eliptic, alcătuit din două fețe plane eliptice (avînd $2a$ — axa orizontală și $2b$ — axa verticală), așezate la grosimea d (dimensiunea suprafeței de bază a ștanței metalice *6*, fig. 1).

Din ecuația bilanțului apei pătrunse în proba de pământ compactat prin ștanța cu placa de bază găurită, se poate obține dimensiunea semiaxei verticale a elipsei zonei de umezire. Astfel, ecuația de bilanț a apei pătrunse este de forma :

$$\pi abd = \frac{Q}{\rho_d (W_f - W) d}, \tag{1}$$

de unde rezultă :

$$b = \frac{Q}{\pi a \rho_d (W_f - W) d}, \tag{2}$$

în care : Q — cantitatea de apă conținută de proba de pământ, $2a$ și $2b$ — axele elipsei de umezire, ρ_d — densitatea aparentă, în stare uscată, a pămîn-

tului loessoid compactat, W_f — umiditatea probei de pământ după umezire, W — umiditatea inițială a probei de pământ compactat.

În procesul umezirii continue a pământului loessoid compactat se observă schimbările formei zonei de umezire în raport cu timpul.

Provocată prin migrația apei peliculare slab legate și a apei libere, variația raportului semiaxelor elipsei zonei de umezire (a/b) cu timpul (t) este reprezentată, pentru cele trei tipuri de ștanțe metalice ($S = 50$ cm², 100 cm² și 150 cm²) în graficul din fig. 5.

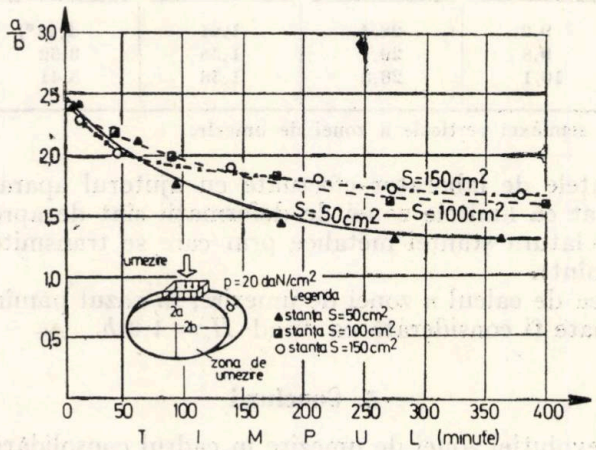


Fig. 5. — Graficul variației raportului semiaxelor (a/b) zonei de umezire cu timpul (t), pentru ștanțele cu suprafețele de 50 cm², 100 cm² și 150 cm².

Pentru cele trei tipuri de ștanțe, funcția $a/b = f(t)$ poate fi reprezentată, cu aproximație, folosind curbele rezultate din datele experimentale (fig. 5).

Au fost determinate următoarele ecuații:

$$(3) \qquad S = 50 \text{ cm}^2, \quad \frac{a}{b}\bigg|_{50} = -0{,}428\, l_n\left(1+\frac{t}{17{,}482}\right) + 2{,}858,$$

$$(4) \qquad S = 100 \text{ cm}^2, \quad \frac{a}{b}\bigg|_{100} = -0{,}172\, l_n\left(1+\frac{t}{2{,}491}\right) + 2{,}579,$$

$$(5) \qquad S = 150 \text{ cm}^2, \quad \frac{a}{b}\bigg|_{150} = -0{,}312\, l_n\left(1+\frac{t}{24{,}391}\right) + 2{,}584.$$

Din ecuațiile (3)...(5) se determină valorile lui $a = bf(t)$, care, înlocuite în (2), permit obținerea valorilor semiaxei orizontale (b). Aceste valori ale semiaxei orizontale a zonei de umezire, astfel calculate, pun în evidență influența migrației apei peliculare slab legate și a apei libere în continua ei infiltrare în proba de pământ compactat.

Diferența dintre valorile astfel calculate ale semiaxei verticale (b) a elipsei zonei de umezire și cele măsurate în cadrul experimentărilor sînt evidențiate în tabelul 2.

Tabelul 2

Suprafața ștanței cm²	W %	W_f %	ρ_d g/cm³	Raportul b/Q [cm/l]	
				0,20	0,35
50	9,2	28,4	1,61	4,21*)	6,78
100	9,8	29,1	1,58	3,52	4,59
150	10,1	28,3	1,58	3,41	4,56

*) valoarea semiaxei verticale a zonei de umezire.

Experiențele de laborator efectuate cu ajutorul aparatului redat în fig. 1 au arătat că limitele zonei de deformații sînt de aproximativ 1,0... ...1,7 B, (B — latura ștanței metalice prin care se transmite presiunea pe proba de pămînt).

Adîncimea de calcul a zonei de umezire, în cazul pămîntului loessoid compactat, poate fi considerată ca fiind $H_c = 1{,}6\ b$.

5. Concluzii

Stadiul evoluției zonei de umezire în cadrul consolidării pămînturilor loessoide cu perne de pămînt are ca implicație practică delimitarea zonei de protecție a clădirilor învecinate și determinarea timpului disponibil în caz de umezire accidentală.

Dimensiunile zonei de umezire, măsurate cu ajutorul aparatului redat în fig. 1, în cadrul probelor de pămînt compactat, pot fi deopotrivă calculate prin stabilirea bilanțului între apa conținută de pămîntul compactat și cantitatea maximă de apă pe care o poate conține în mod real zona de umezire.

Experiențele, realizate în condițiile (de laborator ale) unei suprafețe plane, dovedesc că infiltrația apei în limitele zonei de deformație, în pămîntul loessoid compactat, datorită încărcărilor suplimentare (ce pot proveni de la fundații), poate fi apreciată, cu suficientă aproximație, ca fiind de forma unei elipse cu axa mare orizontală.

Adîncimea umezirii sub fundația inundată se poate considera mărită cu 1,6 în raport cu semiaxa elipsei zonei de umezire.

Experiențele efectuate cu aparatul pentru determinarea evoluției zonei de umezire au evidențiat accentuarea caracterului eliptic al zonei de umezire prin mărirea suprafeței sursei de umezire la încărcare constantă.

Raportul dimensiunilor semiaxei mari și mici (a/b), care caracterizează forma zonei de umezire a probei de pămînt compactat (prin continua încărcare a ștanței), poate fi considerat ca o funcție neliniară de timp, care reprezintă pătrunderea apei în această zonă.

Primită la 4 iulie 1977

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de fundații și căi de comunicații

BIBLIOGRAFIE

1. Абелеб И. М. и Абелеб М. И., *Основы проектирования и строительства на просадочных макропористых грунтах.* Изд. Лит. по Строит., М., 1968.
2. Крутов В. И., *Расчет фундаментов на просадочных грунтах.* Стройиздат, М., 1972.
3. Райлян Г. А., *Опытное определение размеров и формы зоны промачивания лессового порошкообразного грунта под штампами.* Строительство и архитектура, *6*, 15—19 (1969).
4. Aitchison G. D., *General Raport of the Eight International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering,* session 4, **3**, Moscow, 1973, 161—190.

LA DÉTERMINATION EN LABORATOIRE DE L'ÉVOLUTION DE LA ZONE D'HUMECTATION DES TERRES LOESSOÏDALES COMPACTÉES

(Résumé)

Les expériences effectuées à l'aide de l'appareil conçu pour la détermination de l'évolution de la zone d'humectation ont illustré la forme elliptique (le grand axe—horizontal) de cette zone, qui s'accentue par l'augmentation de la surface de la source d'humectation par charge constante.

Le rapport des dimensions des axes, qui caractérise la forme de la zone d'humectation chez les épreuves des terres compactées, peut être mis sous la forme d'une fonction nonlinéaire de temps, qui représente l'infiltration de l'eau dans cette zone.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXIII (XXVII), Fasc. 3—4, 1977
Secția V
CONSTRUCȚII. ARHITECTURĂ

C. Z. 625.7

BAZA TEORETICĂ A INDICELUI DE STRUCTURĂ LA DEFLEXIUNE PENTRU SISTEME RUTIERE NERIGIDE

DE

HORIA ZAROJANU

1. Introducere

În actuala etapă a cercetărilor întreprinse pentru elaborarea unei metode raționale de dimensionare a sistemelor rutiere nerigide s-au înregistrat progrese deosebite în rezolvarea teoretică a multistratului, adică în elaborarea modelului matematic aferent, dar rămîne de parcurs o etapă foarte dificilă și de durată greu de anticipat constînd din stabilirea valorilor de calcul ale caracteristicilor materialelor rutiere.

Fie că este vorba de modele matematice admițînd comportarea elastică a întregului complex rutier, fie în cazul considerării comportării vîsco-elastice a unora dintre straturile complexului rutier, determinarea parametrilor de calcul reprezintă o problemă de dificultate ridicată, pe măsura complexității factorilor care influențează comportarea materialelor din straturile rutiere.

Pentru obținerea parametrilor de calcul este acceptată necesitatea parcurgerii unei etape experimentale intermediare, care poate răspunde și tendinței de elaborare de metode de dimensionare — cu caracter provizoriu — dar care, antrenînd implicit o anumită aproximație, să satisfacă necesității unei folosiri cu ușurință în activitatea curentă de proiectare.

Dintre aceste metode fac parte și cele bazate pe indicele de structură, noțiune rezultată în urma A.A.S.H.O. Road Test.

2. Modele matematice incluzînd indicele de structură la deflexiune

Incercarea A.A.S.H.O. a permis elaborarea modelului:

$$d = \frac{B_0 L^{B_1}}{(1 + I_s)^{B_2}}, \tag{1}$$

unde: d — deflexiunea, după caz elastică sau totală, L — sarcina pe osie simplă, I_s — indicele de structură la deflexiune, reprezentînd o funcție de grosimea (h_i) și natura fiecărui strat (exprimată prin coeficientul de influență a_i):

$$I_s = \sum_i a_i h_i . \tag{2}$$

În cadrul încercării A.A.S.H.O. a rezultat:

$$B_1 > 1{,}0, \quad B_2 \neq 3{,}0,$$

cu mențiunea că $a_1 > a_3 > a_2$, unde coeficienții de influență corespund, în ordine : a_1 — stratului de îmbrăcăminte asfaltică, a_2 — stratului din macadam, a_3 — stratului din balast.

Studiile anterioare efectuate la Institutul politehnic din Iași [1] au permis propunerea unui model matematic de forma :

$$d = \frac{AL}{(1 + I_s)^3}, \tag{3}$$

unde I_s se determină cu relația (2), dar în care $a_1 > a_2 > a_3$.

3. Justificarea teoretică a modelului (3)

3.1. Ipoteze de calcul

1. Complexul rutier atestă o comportare elastică în cea mai mare parte din perioada de serviciu normată.
2. Comportarea elastică este bine caracterizată prin deflexiunea elastică măsurată, sub sarcină statică, la suprafața îmbrăcămintii.
3. Între straturile rutiere nu există frecare.
4. Se admite teoria stratului echivalent al lui P o k r o v s k i.

3.2. Stabilirea relației de calcul

Se pleacă de la deflexiunea B o u s s i n e s q (d) în centrul suprafeței încărcate, sarcina uniform distribuită (p) fiind transmisă printr-o suprafață circulară suplă, de rază R, ipoteză admisă pentru transmiterea solicitării verticale la suprafața de contact pneu — îmbrăcăminte, adică :

$$d = \frac{2pR\,(1 - \nu^2)}{E}, \tag{4}$$

unde : E — modulul de elasticitate și ν — coeficientul lui P o i s s o n, ambele corespunzătoare semispațiului elastic, omogen și izotrop.

Considerînd sarcina (P) transmisă de roata dublă a osiei din spate a vehiculului rutier se obține :

$$d = \frac{2P}{\pi RE}(1 - \nu^2). \tag{5}$$

În cazul unui complex rutier, în locul modulului de elasticitate (E) al mediului omogen, trebuie considerat un modul de elasticitate mediu ponderat (E_m), astfel încît relația (5) devine :

$$d = \frac{2P}{\pi RE_m}(1 - \nu^2). \tag{6}$$

Pentru E_m se consideră o relație de tip J o n e s :

$$E_m = \left(\frac{h_0 E_0^{1/3} + \sum_i h_i E_i^{1/3}}{h_0 + \sum_i h_i} \right)^3, \tag{7}$$

unde : h_i — grosimea stratului rutier i, avînd un modul de elasticitate E_i, h_0 — adîncimea zonei active din pămîntul de fundație, de modul de elasticitate E_0.

Notînd :

$$A' = \frac{1 - \nu^2}{\pi R} \quad \text{și} \quad P = \frac{L}{2}, \tag{8}$$

unde L — sarcina pe osia din spate a vehiculului considerat, relația (6) devine :

$$d = \frac{A'L}{E_0 \left(\frac{h_0}{h_0 + \sum_i h_i} \right)^3 \left[1 + \sum_i \left(\frac{E_i}{E_0} \right)^{1/3} \cdot \frac{h_i}{h_0} \right]^3} \tag{9}$$

sau încă :

$$d = \frac{AL \left(\frac{h_0 + \sum_i h_i}{h_0} \right)}{\left[1 + \sum_i \left(\frac{E_i}{E_0} \right)^{1/3} \cdot \frac{h_i}{h_0} \right]^3}, \tag{10}$$

în care :

$$A = \frac{A'}{E_0}, \quad h_0 = h_0' - \sum_i h_i \left(\frac{E_i}{E_0} \right)^{1/3}, \tag{11}$$

h_0' — adîncimea, în cazul semispațiului Boussinesq, la care raportul σ_z/p are o valoare suficient de redusă pentru ca h_0 să poată fi asimilat cu adîncimea zonei active (σ_z fiind efortul vertical la adîncimea considerată).

Dacă raportul $\frac{\sigma_z}{p}$ îndeplinește condiția amintită, factorul $\left(\frac{h_0 + \sum_i h_i}{h_0} \right)^3$ este aproximativ egal cu unitatea, astfel încît relația (10) se poate scrie sub forma :

$$d = \frac{AL}{\left[1 + \sum_i \left(\frac{E_i}{E_0} \right)^{1/3} \cdot \frac{h_i}{h_0} \right]^3} \tag{12}$$

sau încă :

$$d = \frac{AL}{(1 + \sum_i a_i h_i)^3}, \tag{13}$$

care reprezintă tocmai relația elaborată la Institutul politehnic din Iași [1].

4. Concluzii

Exprimarea coeficienților de echivalare (a_i) sub forma :

$$a_i = \frac{1}{h_0}\left(\frac{E_i}{E_0}\right)^{1/3} \tag{14}$$

prezintă următoarele avantaje :

a) Evidențiază dependența invers proporțională față de caracteristica de deformabilitate a pămîntului din pat.

b) Asigură un criteriu pentru stabilirea raportului admisibil între coeficienții de echivalare ai straturilor rutiere succesive și anume plecînd de la raportul admis [2] :

$$\frac{E_i}{E_{i+1}} \leqslant 5,$$

ceea ce nu implică cunoașterea valorilor modulilor de elasticitate.

c) Întrucît la alcătuirea sistemelor rutiere se respectă, de regulă, condiția $E_i > E_{i+1}$, rezultă justificarea raportului $a_i > a_{i+1}$, ceea ce după cum s-a arătat în § **2** s-a obținut prin prelucrarea datelor experimentale la Institutul politehnic din Iași spre deosebire de rezultatele A.A.S.H.O. Road Test.

Relațiile (10) și (12) oferă suport teoretic pentru determinarea coeficienților de echivalare (a_i) prin rezolvarea sistemului de ecuații [1] :

$$\sum_i a_i h_i = \left(\frac{AL}{d_j}\right)^{1/3} - 1, \tag{15}$$

unde d_j este deflexiunea elastică măsurată la suprafața sistemului rutier j.

Primită la 7 mai 1977

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de fundații și căi de comunicații

BIBLIOGRAFIE

1. Zarojanu H., *Contribuții la studiul indicelui de grosime pentru sisteme rutiere nerigide.* Teză de doctorat, Inst. polit. Iași, 1973.
2. * * * *Instrucțiuni provizorii pentru dimensionarea sistemelor rutiere nerigide pe baza criteriului deformației elastice admisibile.* I.S.C.T., București, 1970.

INDICE DE STRUCTURE À LA DÉFLEXION POUR DES SYSTÈMES ROUTIERS FLEXIBLES. BASE THÉORIQUE

(Résumé)

On présente la base théorique de l'indice de structure à la déflexion, pour la variante élaborée à l'Institut Polytechnique de Jassy, en considérant, pour le complexe routier, le module d'élasticité moyen pondéré.

On met en évidence, pour les coefficients d'influence (a_i), la dépendance des caractéristiques de déformabilité du terrain de fondation et des matériaux composants des couches routières.

Contrairement au modèle A.A.S.H.O. Road Test, pour la déflexion, l'indice de structure proposé met en évidence que $a_i > a_{i+1}$.

1978 AUG 8

40822